

Generalidades

Tempo e matemática geral		
Ano	2 semestres; 3 quadrimestres; 4 trimestres; 12 meses; 365 dias (ano civil); 366 dias (ano bissexto); 360 dias (ano comercial)	
Potenciação	$(1+x)^a = (1+y)^b \Leftrightarrow \left[(1+x)^a\right]^{\frac{1}{a}} = \left[(1+y)^b\right]^{\frac{1}{b}} \Leftrightarrow (1+x) = (1+y)^{\frac{b}{a}}$	$a^{x+y} = a^x \times a^y$
Logaritmos	$a = b^x \Leftrightarrow \log_n a = \log_n (b^x) \Leftrightarrow \log_n a = x \times \log_n b \Leftrightarrow x = \frac{\log_n a}{\log_n b}$	$\log_n (a \times b) = \log_n a + \log_n b$

CAPÍTULO 1 – Capitalização e Desconto

Juro vencido no final de cada período de capitalização (qualquer regime de capitalização)

$$j_t = C_{t-1} \times i \wedge t = 1, 2, 3, \dots, n$$

SEM CAPITALIZAÇÃO DO JURO

Capitalização em Regime de Retenção de Juros Sem sua Capitalização (RRJSC)

Com taxa fixa

$$C_t = C_0 \times (1 + t \times i_c) \wedge i_c = \text{taxa contratada}$$

Com taxa variável

$$C_n = C_0 \times (1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t) \wedge n = \text{tempo de cap. taxa } i_c \wedge i_c = \text{taxa contratada} \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Desconto por dentro

Valor do desconto com taxa fixa contratada

$$D_d = C_0 \times n \times i_c$$

Valor do desconto com taxas variáveis contratadas

$$D_d = C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t) \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Capital descontado com taxa fixa contratada

$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times n \times i_c$$

Capital descontado com taxas variáveis contratadas

$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t) \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Capital inicial com taxa fixa contratada

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + n \times i_c)}$$

Capital inicial com taxas variáveis contratadas

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t)} \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Desconto por fora

Valor do desconto com taxa fixa contratada

$$D_f = C_n \times n \times i_c$$

Valor do desconto com taxas variáveis contratadas

$$D_f = C_n \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t) \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Capital descontado com taxa fixa contratada

$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times (1 - t \times i_c)$$

Capital descontado com taxas variáveis contratadas

$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times \left(1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t)\right) \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

Capital inicial com taxa fixa contratada

$$C_0 = C_n - D_f = C_n \times (1 - n \times i_c)$$

Capital inicial com taxas variáveis contratadas

$$C_0 = C_n - D_f = C_n \times \left(1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t)\right) \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$$

COM CAPITALIZAÇÃO DO JURO (REGIME DE JURO COMPOSTO)

Taxas efetivas do período de “p” a “t”, a partir de capitais		Relação entre taxas efetivas no período t	
Taxa juro	Taxa de desconto	Taxa de desconto	Taxa de juro
$i_{t-p} = \frac{C_t - C_p}{C_p}$, com $p < t$	$i_{d_{t-p}} = \frac{C_t - C_p}{C_t}$, com $p < t$	$i_{d_t} = \frac{i_t}{(1 + i_t)}$	$i_t = \frac{i_{d_t}}{(1 - i_{d_t})}$, com $i_{d_t} \neq 1$

Relação de equivalência	
Com taxas efetivas de juro	Com taxas efetivas de desconto
$(1+i_{nova})^{\text{tempo}_{dada}} = (1+i_{dada})^{\text{tempo}_{nova}}$	$(1-i_{d_{nova}})^{\text{tempo}_{dada}} = (1-i_{d_{dada}})^{\text{tempo}_{nova}}$

Desconto em cada período de atualização
$d_t = C_t \times i_d \wedge t=1, 2, 3, \dots, n$

Capitalização integral	
Com taxa de juro efetiva fixa	Com taxas de juro efetivas variáveis
$C_t = C_0 \times (1+i)^t$	$C_n = C_0 \times (1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times \dots \times (1+i_t)^{n_t}$

Capitalização parcial (com λ = percentagem do juro que capitaliza) e taxa de juro efetiva fixa
$C_n = C_0 \times (1+i \times \lambda)^{n-1} \times (1+i)^1$

Capitalização parcial (com λ = percentagem do juro que capitaliza) e taxas de juro efetivas variáveis
$C_n = C_0 \times (1+i_1 \times \lambda_1)^{n_1} \times (1+i_2 \times \lambda_2)^{n_2} \times \dots \times (1+i_{n-1} \times \lambda_{n-1})^{n_{n-1}} \times (1+i_n)^1$

Desconto composto	
Com taxa de desconto efetiva fixa	Com taxas de desconto efetivas variáveis
$C_{n-t} = C_n \times (1-i_d)^t$	$C_0 = C_n \times (1-i_{d_1})^{n_1} \times (1-i_{d_2})^{n_2} \times \dots \times (1-i_{d_n})^{n_t}$
Com taxa de juro efetiva fixa	Com taxas de juro efetivas variáveis
$C_{n-t} = C_n \times (1+i)^{-t}$	$C_0 = C_n \times (1+i_1)^{-n_1} \times (1+i_2)^{-n_2} \times \dots \times (1+i_n)^{-n_t}$

CAPÍTULO 2 – Rendas

Rendas		
Constantes		
Temporárias		Perpétuas
Valor atualizado	Valor acumulado	
$P_{\#1} \times a_{\overline{n} i} = P_{\#1} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$	$P_{\#1} \times S_{\overline{n} i} = P_{\#1} \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{P_{\#1}}{i} = P_{\#1} \times \frac{1}{i}$
Em progressão aritmética		
Temporárias		Perpétuas
$\left[a_{\overline{n} i} \times \left(P_{\#1} + \frac{r}{i} + r \times n \right) - \frac{r \times n}{i} \right]$		$\left[\frac{P_{\#1}}{i} + \frac{r}{i^2} \right]$
Em progressão geométrica		
Temporárias		Perpétuas
Com $r \neq 1+i$	Com $r=1+i$	
$\frac{P_{\#1}}{(1+i)^n} \times \left(\frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)} \right)$	$n \times P_{\#1} \times (1+i)^{-1}$	$\frac{P_{\#1}}{(1+i)-r}$ com $\begin{cases} r < (1+i) \\ \text{se } r \geq (1+i), \text{ indeterminado} \end{cases}$

Cálculo de capitais em dívida no momento t	
Pelos pagamentos já efetuados	Pelos pagamentos que faltam efetuar
$C_t = \left[\underbrace{\text{Recebimentos}_{\text{(no período de 0 a } t\text{)}}}_0 - \underbrace{\text{Pagamentos}_{\text{(no período de 0 a } t\text{)}}}_0 \right] \times (1+i)^t$	$C_t = \left[\underbrace{\text{Pagamentos}_{\text{(no período de } t+1 \text{ a } n)}}_t \right]$

Cálculo do valor de um termo numa renda	
Em progressão aritmética	Em progressão geométrica
$P_k = P_t + r \times (k-t)$	$P_k = P_t \times r^{(k-t)}$

CAPÍTULO 3 – Desdobramento do Capital e do Juro na Operação Financeira

Mapa de serviço de dívida					
Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
1	C_0	$j_1 = C_0 \times i_1$	m_1	$P_1 = j_1 + m_1$	$C_1 = C_0 - m_1$
2	C_1	$j_2 = C_1 \times i_2$	m_2	$P_2 = j_2 + m_2$	$C_2 = C_1 - m_2$
...	...	...	...	...	...
t	C_{t-1}	$j_t = C_{t-1} \times i_t$	m_t	$P_t = j_t + m_t$	$C_t = C_{t-1} - m_t$
$t+1$	C_t	$j_{t+1} = C_t \times i_{t+1}$	m_{t+1}	$P_{t+1} = j_{t+1} + m_{t+1}$	$C_{t+1} = C_t - m_{t+1}$
...	...	...	...	...	...
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

Particularidades da última linha do mapa de serviço de dívida (e só desta)
$C_{n-1} = m_n = P_n \times (1 + i_n)^{-1}$
$j_n = C_{n-1} \times i_n = m_n \times i_n$
$P_n = j_n + m_n = m_n \times i_n + m_n = m_n \times (1 + i_n)$

Valor do empréstimo e parcelas de reembolso de capital
$C_0 = \sum_{k=1}^n m_k$

Cálculo de capitais em dívida no momento t	
Pelas parcelas de reembolso de capital já efetuadas	Pelas parcelas de reembolso de capital que faltam efetuar
$C_t = C_0 - \sum_{k=1}^t m_k$	$C_t = \sum_{k=t+1}^n m_k$

Soma de parcelas de reembolso de capital	
Constantes	$\sum_{k=p}^n m_k = (n - p + 1) \times m$
Em progressão aritmética	$\sum_{k=p}^n m_k = \frac{m_p + m_n}{2} \times (n - p + 1)$, com $m_n = m_p + r \times (n - p)$
Em progressão geométrica	$\sum_{k=p}^n m_k = m_p \times \frac{1 - r^{(n-p+1)}}{1 - r}$

Relação (diferença) entre dois pagamentos consecutivos
$P_{t+1} - P_t = m_{t+1} - m_t \times (1 + i)$

Serviço de dívida constante (P's constantes $\leftrightarrow$ m's em PG $r=1+i$)	
Cálculo de capitais em dívida	
Pelas parcelas de reembolso de capital já efetuadas	Pelas parcelas de reembolso de capital que faltam efetuar
$C_t = C_0 - \sum_{k=1}^t m_k = C_0 - m_1 \times \frac{1 - (1+i)^{-(t-1)+1}}{1 - (1+i)}$ PG $r=1+i$	$C_t = \sum_{k=t+1}^n m_k = m_{t+1} \times \frac{1 - (1+i)^{-(n-(t+1)+1)}}{1 - (1+i)}$ PG $r=1+i$
Pelos pagamentos já efetuados ($k < t$)	Pelos pagamentos que faltam efetuar
$C_t = \left[C_0 - \underbrace{P_k \times a_{\overline{t-k+1} i}}_0 \times (1+i)^{-(k-1)} \right] \times (1+i)^t$	$C_t = P_{t+1} \times a_{\overline{n-(t+1)+1} i}$

Serviço de dívida com parcelas de reembolso constantes (m's constantes ↔ P's e j's em PA $r = -m \times i$)	
Cálculo de capitais em dívida	
Pelas parcelas de reembolso de capital já efetuadas	Pelas parcelas de reembolso de capital que faltam efetuar
$C_t = C_0 - \sum_{k=1}^t m_k = C_0 - m_1 \times (t-1+1)$ <i>m's constantes</i>	$C_t = \sum_{k=t+1}^n m_k = m_{t+1} \times [n - (t+1) + 1]$ <i>m's constantes</i>
Pelos pagamentos já efetuados ($k < t$)	
$C_t = \left[C_0 - \underbrace{\left[a_{\overline{t-k+1} i} \times \left[P_k + \frac{(-m \times i)}{i} + (-m \times i) \times n \right] - \frac{(-m \times i) \times n}{i} \right]}_0 \times (1+i)^{-(k-1)} \right] \times (1+i)^t$	
Pelos pagamentos que faltam efetuar ($n =$ momento do último pagamento)	
$C_t = \left[a_{\overline{n-(t+1)+1} i} \times \left[P_{t+1} + \frac{(-m \times i)}{i} + r \times n \right] - \frac{(-m \times i) \times n}{i} \right]$	

Plena propriedade no momento t
$PP_t = \underbrace{\text{Pagamentos}}_{\text{com atualização para } t \text{ efetuada com } i_{\text{avaliação}}} \text{ (no período de } t+1 \text{ a } n)$

CAPÍTULO 4 – Custos de transação, Fiscalidade e Inflação

Custo de transação		
Nos financiamentos	Taxa de custo efetiva	i^c
Nas aplicações	Taxa de rentabilidade efetiva	i^r

Efeito fiscal	
Taxa efetiva de juro bruta	${}^b i$
Taxa efetiva de juro líquida	$\left. \begin{aligned} {}^l i_k &= {}^b i_k \times (1 - T_{\text{imposto}}) \\ \Leftrightarrow {}^b i_k &= \frac{{}^l i_k}{(1 - T_{\text{imposto}})} \end{aligned} \right\} \text{ apenas no período de capitalização do juro}$
Juro bruto	${}^b j_t = C_{t-1} \times {}^b i$
Juro líquido	${}^l j_t = C_{t-1} \times {}^l i$

Efeito da inflação	
Taxa de inflação	Z
Taxa efetiva nominal	${}_z i_{}^{\square}$
Taxa efetiva real	${}_z i_{}^{\square}$
Taxa efetiva real média, com taxas efetivas fixas	${}_z i_{}^{\square} = \frac{1 + {}^{\square} i_{}^{\square}}{1 + Z} - 1$
Taxa efetiva real média, com taxas efetivas variáveis	${}_z i_{}^{\square} = \left[\frac{(1 + {}^{\square} i_1^{\square})^{n_1} \times (1 + {}^{\square} i_2^{\square})^{n_2} \times \dots \times (1 + {}^{\square} i_t^{\square})^{n_t}}{(1 + Z_1)^{n_1} \times (1 + Z_2)^{n_2} \times \dots \times (1 + Z_t)^{n_t}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \wedge \sum_{k=1}^t n_k = n$