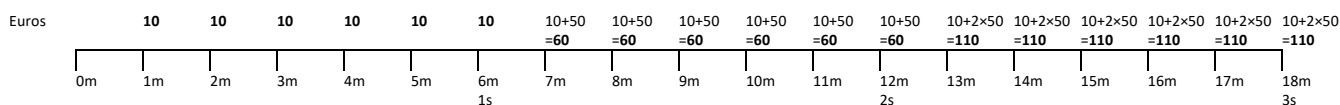


RENDAS POR PATAMARES (PA): GUIA DE RESOLUÇÃO EM 3 PASSOS

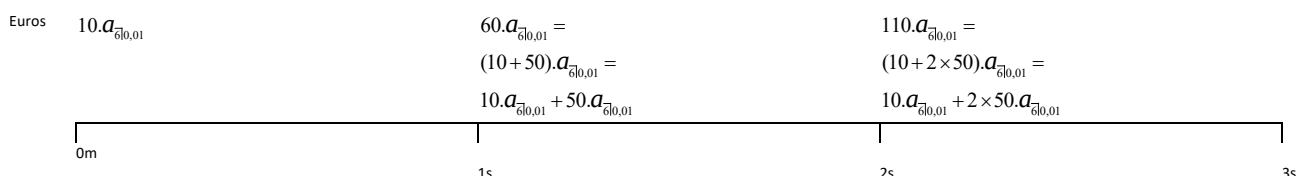
Situação:

Pretende-se determinar o valor atual (no momento 0) de um conjunto de capitais mensais constantes, mas com crescimento de €50,00 de 6 em 6 meses (crescimento aritmético semestral) e uma taxa de juro mensal efetiva de 1%. A representação gráfica da situação é a seguinte:



1.º PASSO: "Compactar" os patamares

Neste caso há que "compactar" os vários patamares constantes (na situação descrita existem 3: de €10, de €60 e de €110), recorrendo à fórmula das rendas temporárias de termos constantes. Fazendo isto obtém-se uma nova renda financeiramente equivalente à primeira, **mas com uma periodicidade correspondente ao do crescimento da razão**. Graficamente vem:



2.º PASSO: Verificar a existência de termos em progressão aritmética

Agora temos uma renda equivalente à primeira só que em vez de 18 termos passámos a ter apenas 3:

$$t_1 = 10.a_{\overline{60},0,1}$$

$$t_2 = 60.a_{\overline{60},0,1} = (10 + 50).a_{\overline{60},0,1} = 10.a_{\overline{60},0,1} + 50.a_{\overline{60},0,1}$$

$$t_3 = 110.a_{\overline{60},0,1} = (10 + 2 \times 50).a_{\overline{60},0,1} = 10.a_{\overline{60},0,1} + 2 \times 50.a_{\overline{60},0,1}$$

Para verificar a existência de termos em progressão aritmética basta efetuar:

$$t_2 - t_1 = (10.a_{\overline{60},0,1} + 50.a_{\overline{60},0,1}) - (10.a_{\overline{60},0,1}) = 50.a_{\overline{60},0,1}$$

$$t_3 - t_2 = (10.a_{\overline{60},0,1} + 2 \times 50.a_{\overline{60},0,1}) - (10.a_{\overline{60},0,1} + 50.a_{\overline{60},0,1}) = 50.a_{\overline{60},0,1}$$

Assim, temos que a razão da nova renda é $50.a_{\overline{60},0,1}$.

$$\begin{aligned} t_1 & \\ t_2 &= t_1 + r \\ t_3 &= t_2 + r = t_1 + 2 \times r \end{aligned}$$

$$C_0 = \left[a_{3i_{semestral}} \cdot \left(10.a_{\overline{60},01} + \frac{50.a_{\overline{60},01}}{i_{semestral}} + 3 \times 50.a_{\overline{60},01} \right) - \frac{3 \times 50.a_{\overline{60},01}}{i_{semestral}} \right] \times (1 + i_{mensal})^6$$

Sabendo que:

$$i_{\text{semestral}} = 0,0615201506$$

$$a_{\overline{6}|0,01} = 5,795476475$$

$$a_{\overline{3}|i_{\text{semestral}}} = 2,665511775$$

vem :

$$C_0 \approx \text{€}951,28$$

Sugestão:

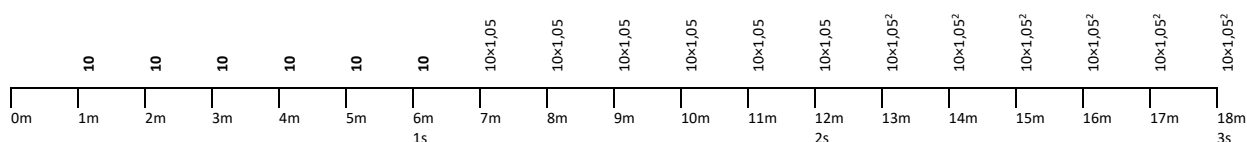
Experimente refazer a situação, considerando mais termos na renda original, por exemplo 10 semestres, como forma de treino e de expansão do exemplo.

RENDAS POR PATAMARES (PG): GUIA DE RESOLUÇÃO EM 3 PASSOS

Situação:

Pretende-se determinar o valor atual (no momento 0) de um conjunto de capitais mensais constantes, mas com crescimento de 5% de 6 em 6 meses (crescimento aritmético semestral) e uma taxa de juro mensal efetiva de 1%. A representação gráfica da situação é a seguinte:

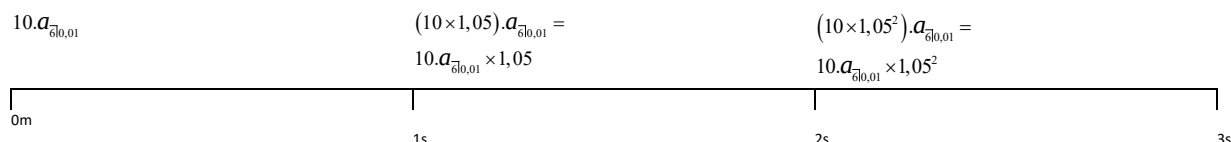
Euros



1.º PASSO: "Compactar" os patamares

Neste caso há que "compactar" os vários patamares constantes (na situação descrita existem 3: de €10, de €10×1,05 e de €10×1,05²), recorrendo à fórmula das rendas temporárias de termos constantes. Fazendo isto obtém-se uma nova renda financeiramente equivalente à primeira, **mas com uma periodicidade correspondente ao do crescimento da razão**. Graficamente vem:

Euros



2.º PASSO: Verificar a existência de termos em progressão geométrica

Agora temos uma renda equivalente à primeira só que em vez de 18 termos passámos a ter apenas 3:

$$\begin{aligned}t_1 &= 10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \\t_2 &= 10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \times 1,05 \\t_3 &= 10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \times 1,05^2\end{aligned}$$

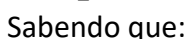
Para verificar a existência de termos em progressão geométrica basta efetuar:

$$\begin{aligned}\frac{t_2}{t_1} &= \frac{10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \times 1,05}{10 \cdot a_{\overline{6}|0,01}} = 1,05 \\ \frac{t_3}{t_2} &= \frac{10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \times 1,05^2}{10 \cdot a_{\overline{6}|0,01} \times 1,05} = 1,05\end{aligned}$$

Assim, temos que a razão da nova renda é 1,05.

$$t_1 = 10.a_{\overline{6}|0,01}$$

$$t_3 = t_2 \times 1,05 = t_1 \times 1,05 \times 1,05 = 10.a_{\overline{60},01} \times 1,05^2$$



$$i_{\text{semestral}} = 0,0615201506$$

$$a_{\overline{6}|0,01} = 5,795476475$$

vem :

$$C_0 \approx \text{€}171,98$$

Sugestão:

Experimente refazer a situação, considerando mais termos na renda original, por exemplo 10 semestres, como forma de treino e de expansão do exemplo.