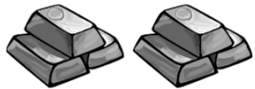
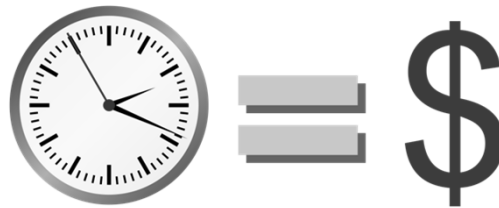


The background features several thin, dark grey lines that intersect to form various geometric shapes, including triangles and polygons. These lines are positioned primarily on the left and right sides of the page, framing the central text.

CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo I – Regimes de capitalização em que o juro não capitaliza

Tempo é dinheiro!



O segundo axioma do cálculo financeiro estabelece que nos cálculos a efetuar, todos os capitais envolvidos **TÊM** de estar reportados ao mesmo momento. Assim, é necessário saber como fazer **avançar (capitalizar)** e **recuar (descontar)** os capitais no tempo.

Contudo, a forma de o fazer **depende** dos **regimes de capitalização** (que contêm as regras de produção dos juros)

CAPITALIZAÇÃO

Capitalizar é avançar capitais no tempo



O juro não capitaliza
(não gera juros)

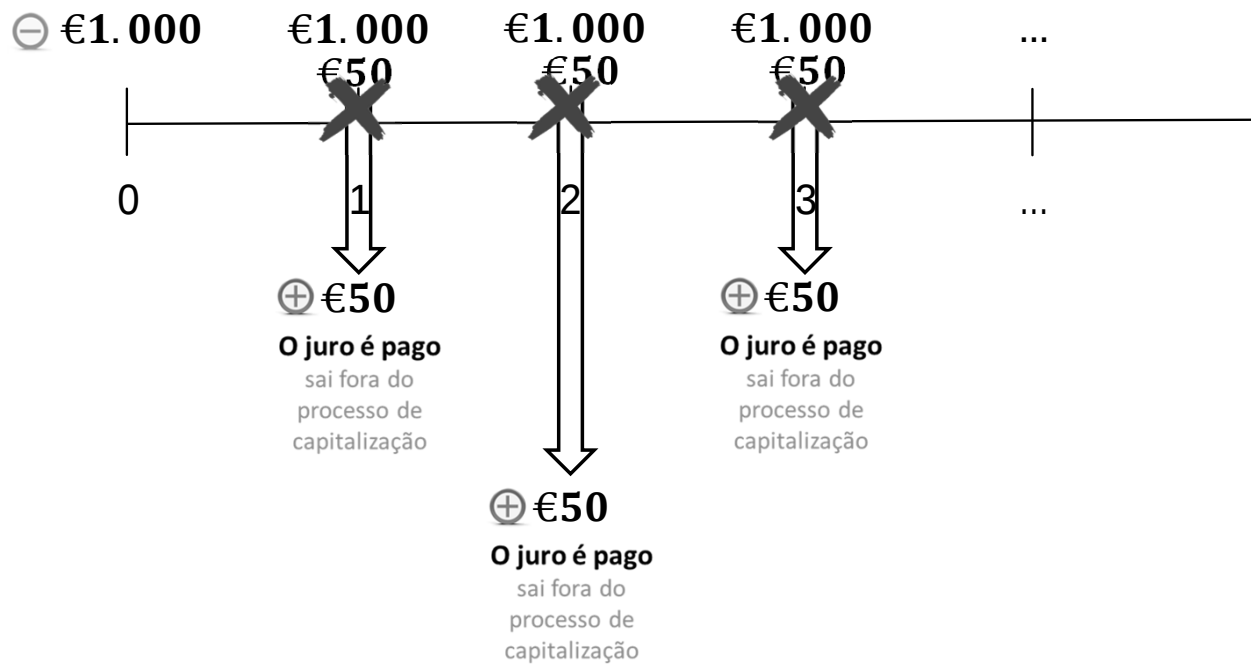
Regime de juro simples (RJS)

Período	Capital inicial do período	Juro periódico	Juro pago	Cap. Final do período
1	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
2	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
3	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
4	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
5	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
6	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
7	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
8	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
9	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
10	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00
...	1.000,00	50,00	50,00	1.000,00

$i_{contratada} = 5\%$

O juro gerado em cada período é pago, saindo do processo de capitalização (nunca acumula com o capital inicial)

Regime de juro simples (RJS)



$$i_{\text{contratada}} = 5\%$$

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

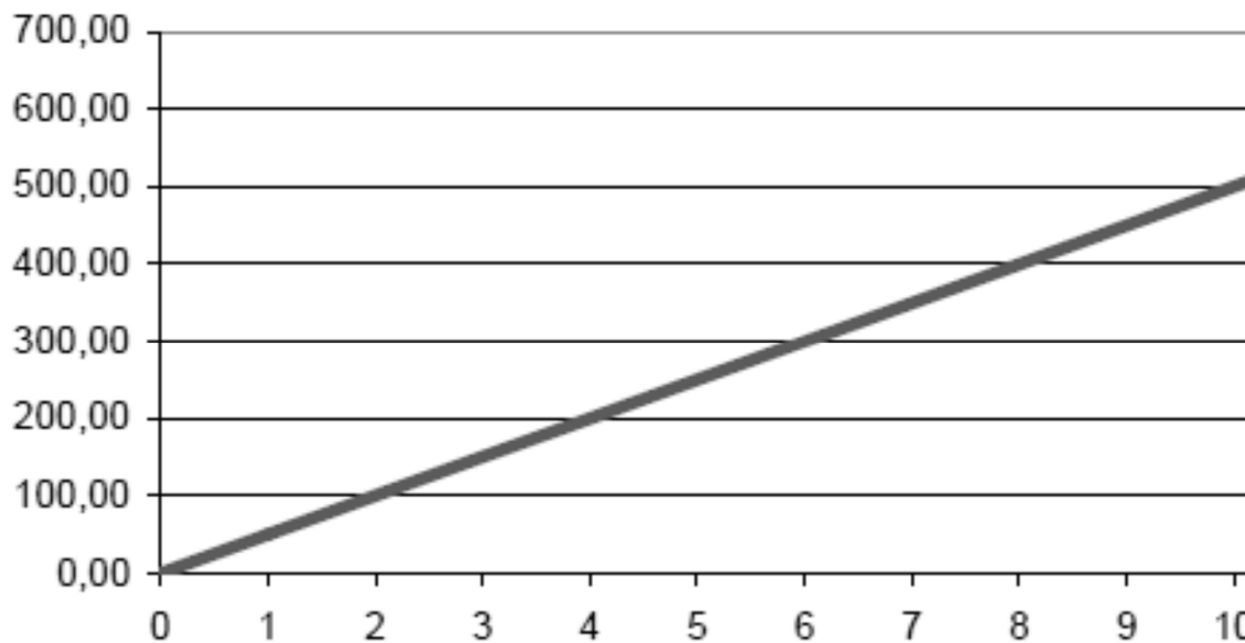
Período	Capital inicial do período	Juro periódico	Juro acumulado	Cap. Final do período
1	1.000,00	50,00	50,00	1.050,00
2	1.000,00	50,00	100,00	1.100,00
3	1.000,00	50,00	150,00	1.150,00
4	1.000,00	50,00	200,00	1.200,00
5	1.000,00	50,00	250,00	1.250,00
6	1.000,00	50,00	300,00	1.300,00
7	1.000,00	50,00	350,00	1.350,00
8	1.000,00	50,00	400,00	1.400,00
9	1.000,00	50,00	450,00	1.450,00
10	1.000,00	50,00	500,00	1.500,00

$i_{contratada} = 5\%$

O juro gerado em cada período é retido, (acumulando com o capital inicial), mas nunca gera juros.

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

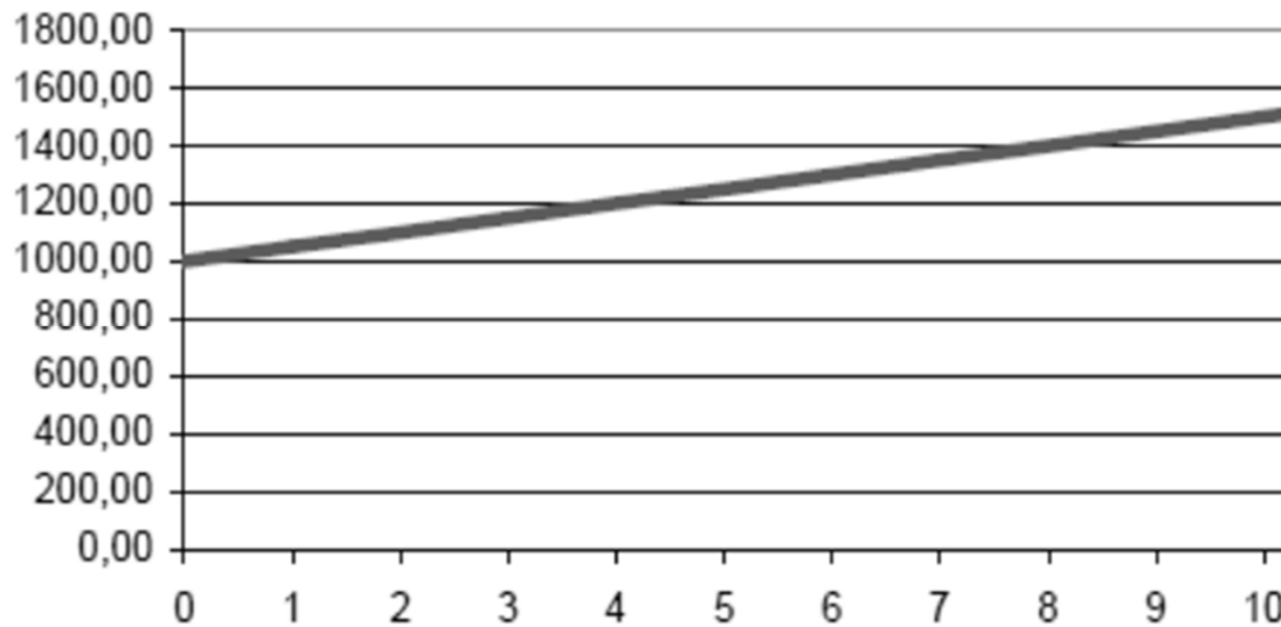
Juro acumulado



$$i_c = 5\%$$

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Capital acumulado



$$i_c = 5\%$$

Proporcionalidade de juros e taxas de juro

As taxas de juro e o juro são proporcionais

$$i_1 = 5\%$$

$$€50 = J_1$$

$$i_5 = ?\%$$

$$€? = J_5$$

$$i_5 = \frac{0,05 \times 5}{1} = 0,25$$

$$J_5 = \frac{€50 \times 5}{1} = €250$$

Retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Neste regime de capitalização, o **juro periódico** (j_k com $k = 1, 2, 3, \dots$) é **sempre calculado sobre o capital inicial** (C_0). Os **juros são acumulados (retidos)** na operação financeira (aumentando o valor do capital acumulado), **mas nunca produzem juros**.

A capitalização (e o consequente aumento do capital inicial) deriva **apenas** da produção de juros sobre o **capital inicial**.

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Com taxa contratada fixa

$$C_1 = C_0 + j_1 = C_0 + \mathbf{C_0} \times \mathbf{i_c} = C_0 \times (1 + i_c)$$

$$C_2 = C_1 + j_2 = C_1 + \mathbf{C_0} \times \mathbf{i_c} = C_0 \times (1 + 2 \times i_c)$$

$$C_3 = C_2 + j_3 = C_2 + \mathbf{C_0} \times \mathbf{i_c} = C_0 \times (1 + 3 \times i_c)$$

...

$$C_n = C_{n-1} + j_n = C_{n-1} + \mathbf{C_0} \times \mathbf{i_c} = C_0 \times (1 + n \times i_c)$$

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Com taxa contratada fixa

$$C_t = C_0 \times (1 + t \times i_c)$$

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Com taxas contratadas variáveis

$$C_n = C_0 \times (1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \cdots + i_{c_n} \times n_n),$$

e n = tempo de cap. taxa i_c ; i_c = taxa contratada

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Período	Capital inicial do período	Juro periódico	Juro acumulado	Cap. Final do período
1	1.000,00	50,00	50,00	1.050,00
2	1.000,00	50,00	100,00	1.100,00
3	1.000,00	50,00	150,00	1.150,00
4	1.000,00	50,00	200,00	1.200,00
5	1.000,00	40,00	240,00	1.240,00
6	1.000,00	40,00	280,00	1.280,00
7	1.000,00	40,00	320,00	1.320,00
8	1.000,00	40,00	360,00	1.360,00
9	1.000,00	40,00	400,00	1.400,00
10	1.000,00	40,00	440,00	1.440,00

$i_{contratada} = 5\%$

$i_{contratada} = 4\%$

O juro gerado em cada período é retido, (acumulando com o capital inicial), mas nunca gera juros.

Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Com taxas contratadas variáveis

$$C_n = C_0 \times (1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n),$$

e n = tempo de cap. taxa i_c ; i_c = taxa contratada

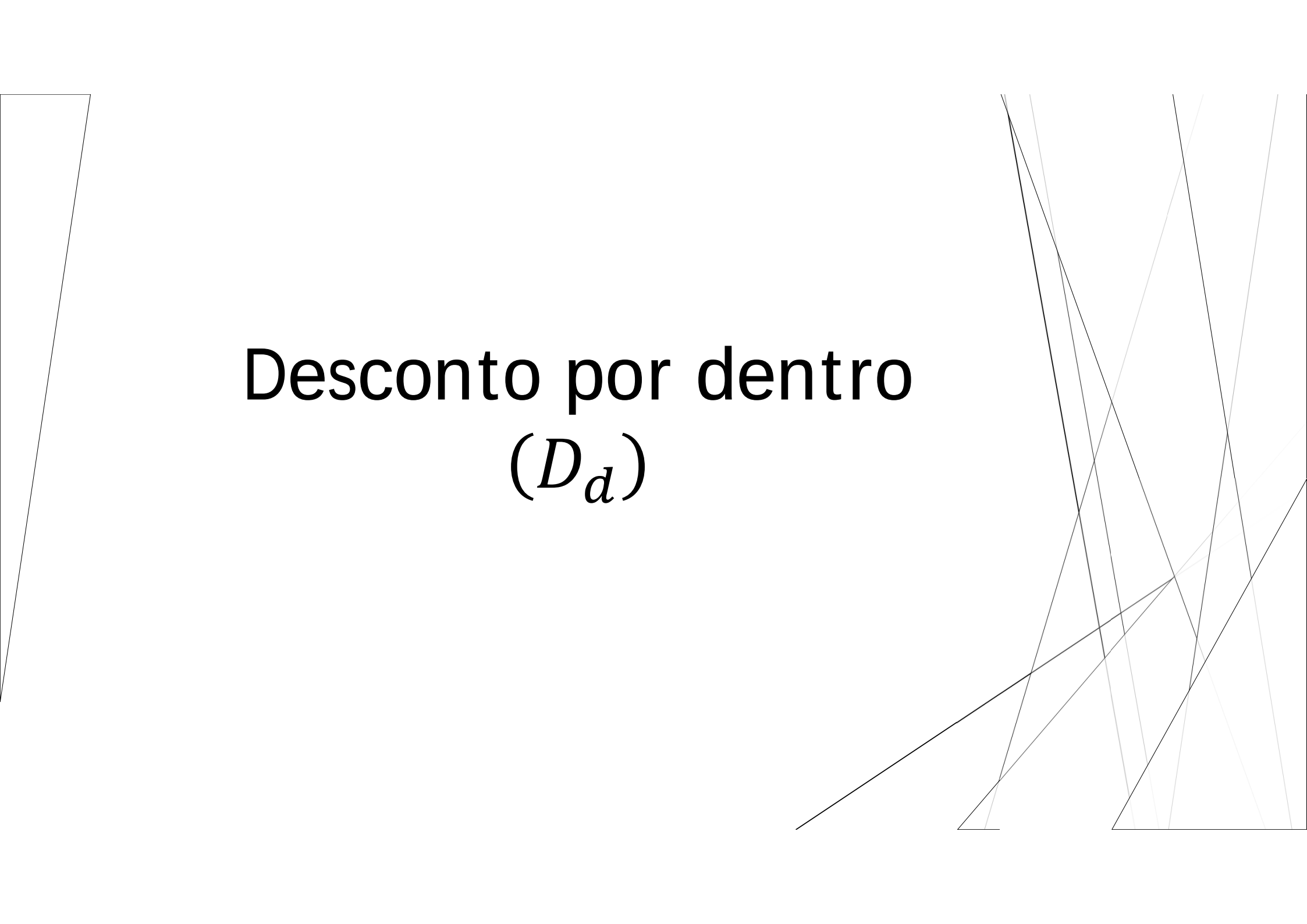
$$C_9 = \text{€}1.000 \times (1 + 0,05 \times 4 + 0,04 \times 5), = \text{€}1.400$$

DESCONTO



Descontar é recuar capitais no tempo

O juro **não** capitaliza
(**não** gera juros)



Desconto por dentro
(D_d)

Desconto por dentro (desconto racional)

Este desconto é a **operação inversa** do Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC), pelo que a lógica financeira e as operações matemáticas são semelhantes (mas em sentido inverso).

Exemplo:

$$C_t = C_0 \times (1 + t \times i_c) \Leftrightarrow C_0 = \frac{C_t}{(1 + t \times i_c)}$$

Desconto por dentro (desconto racional)

Com taxa contratada fixa (única):

Valor do desconto:

$$D_d = C_0 \times n \times i_c$$

Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times t \times i_c$$

Capital inicial:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + n \times i_c)}$$

Desconto por dentro (desconto racional)

Com taxas contratadas variáveis:

Valor do desconto:

$$D_d = C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \cdots + i_{c_n} \times n_n)$$

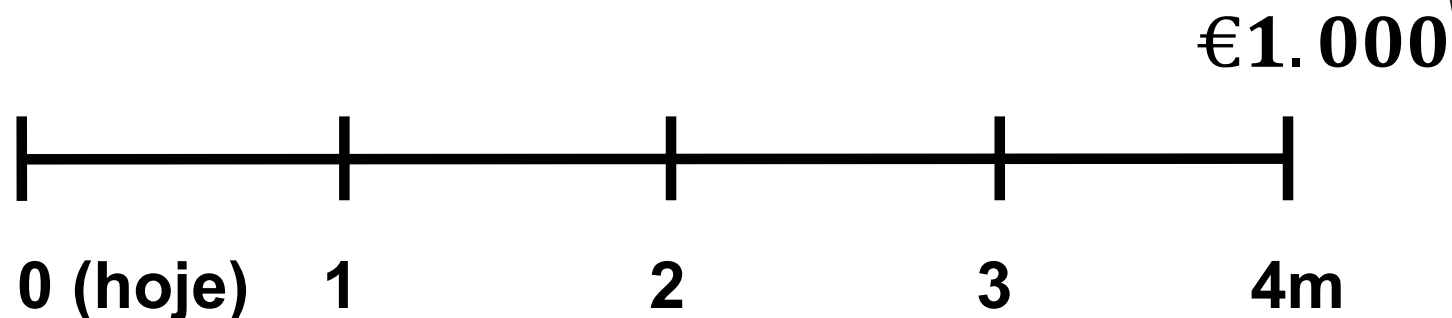
Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \cdots + i_{c_t} \times n_t)$$

Capital inicial:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \cdots + i_{c_n} \times n_n)}$$

Desconto por dentro (desconto racional)

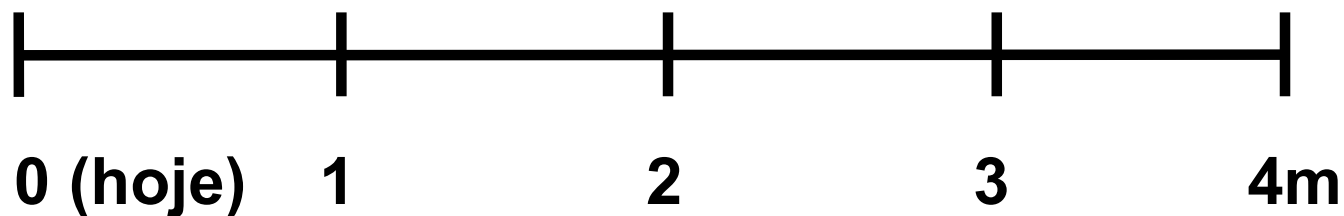


$$i_{c\ mensal} = 0,7\%$$

- Valor a receber se descontado hoje (0)?
- Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1m)?

Desconto por dentro (desconto racional)

€1.000

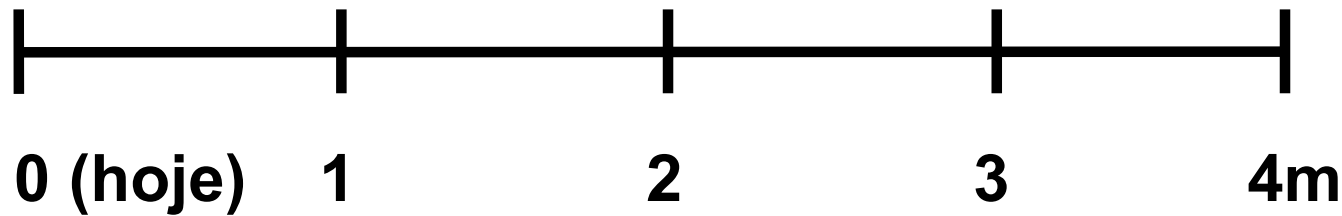


$$i_{c\ mensal} = 0,7\%$$

a. (0 hoje)

Desconto por dentro (desconto racional)

€1.000

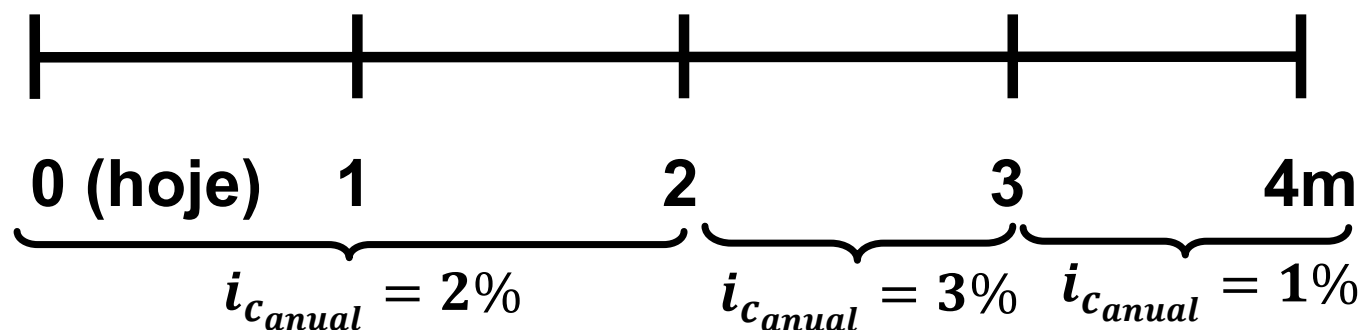


$$i_{c\ mensal} = 0,7\%$$

b. (1m)

Desconto por dentro (desconto racional)

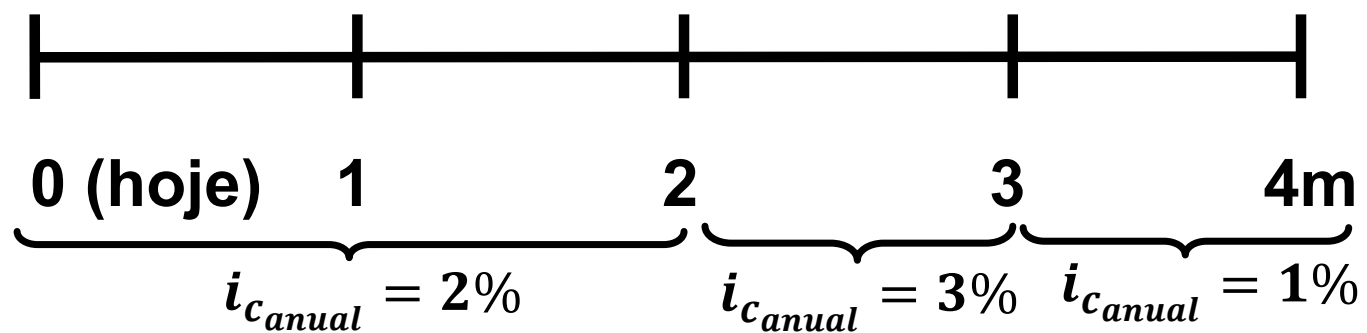
€1.000



- Valor a receber se descontado hoje (0)?
- Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1m)?

Desconto por dentro (desconto racional)

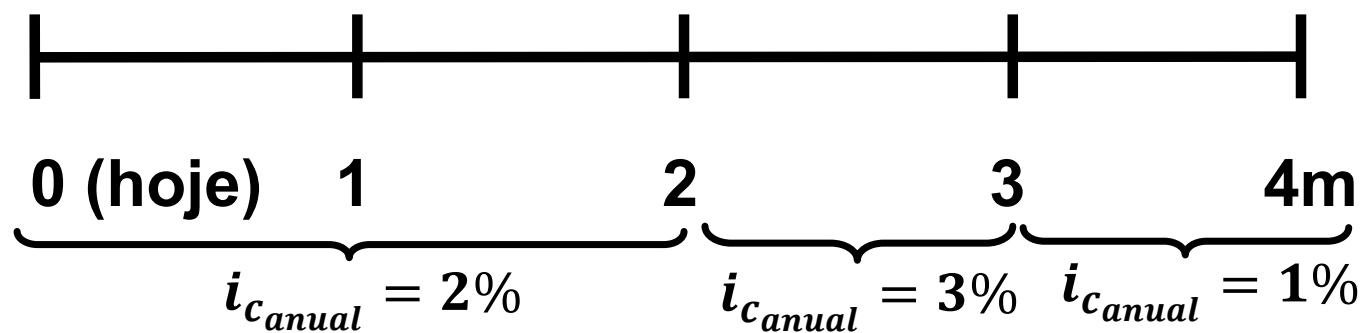
€1.000



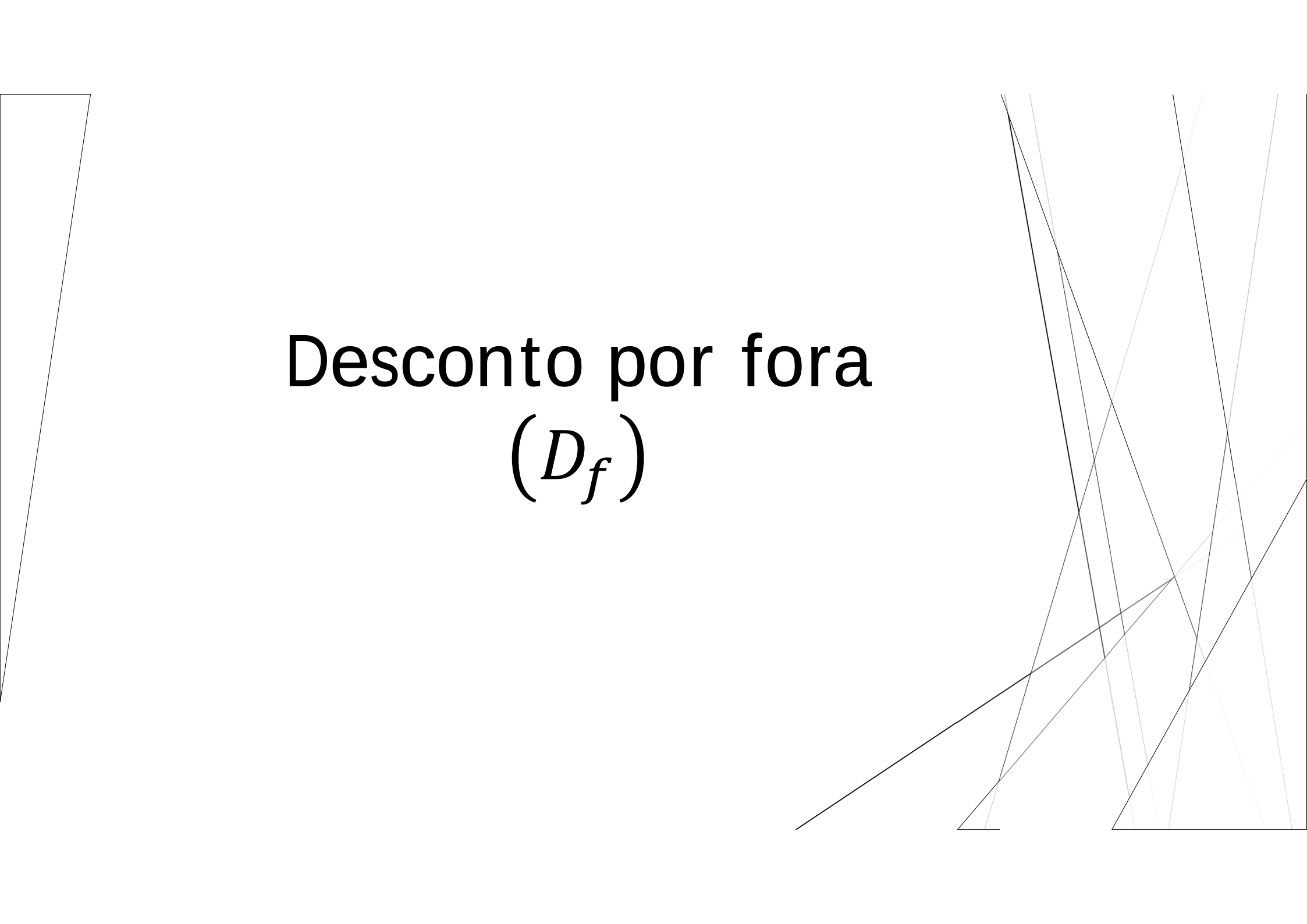
a. Hoje (0)

Desconto por dentro (desconto racional)

€1.000



b. (1m)

The background features abstract geometric shapes. On the left, a tall, narrow triangle is partially visible. On the right, there is a complex arrangement of intersecting lines and triangles, some of which are shaded in a light gray color.

Desconto por fora
 (D_f)

Desconto por fora (desconto comercial)

Com taxa contratada fixa (única)

Valor do desconto:

$$D_f = C_n \times n \times i_c$$

Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times (1 - t \times i_c)$$

Capital inicial:

$$C_0 = C_n - C_n \times n \times i_c = C_n \times (1 - n \times i_c)$$

Desconto por fora (desconto comercial)

Com taxas contratadas variáveis

Valor do desconto:

$$D_f = C_n \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n)$$

Capital descontado:

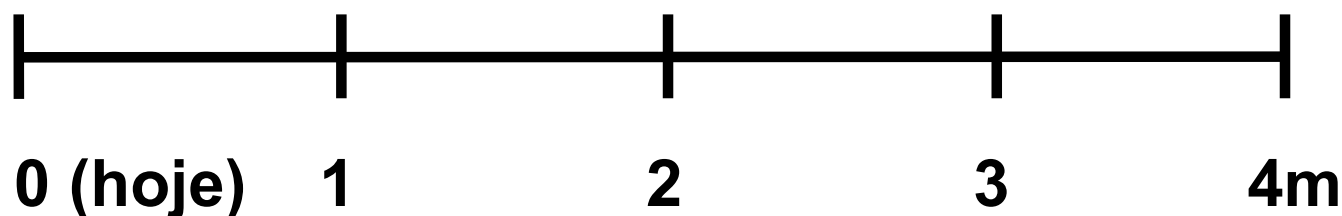
$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times \left(1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t)\right)$$

Capital inicial:

$$C_0 = C_n - D_f = C_n \times \left(1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n)\right)$$

Desconto por fora (desconto comercial)

€1.000

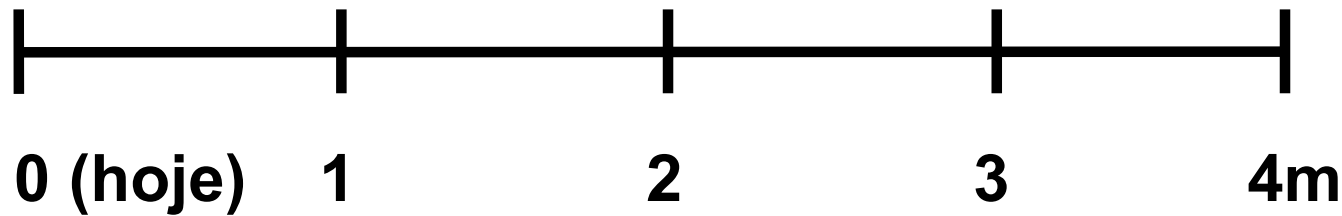


$$i_{c \text{ mensal}} = 0,7\%$$

- a. Valor a receber se descontado hoje (0)?
- b. Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1)?

Desconto por fora (desconto comercial)

€1.000

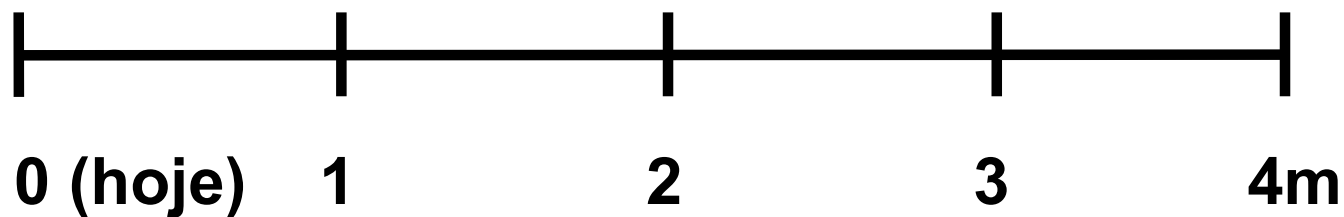


$$i_{c\ mensal} = 0,7\%$$

a. (0 hoje)

Desconto por fora (desconto comercial)

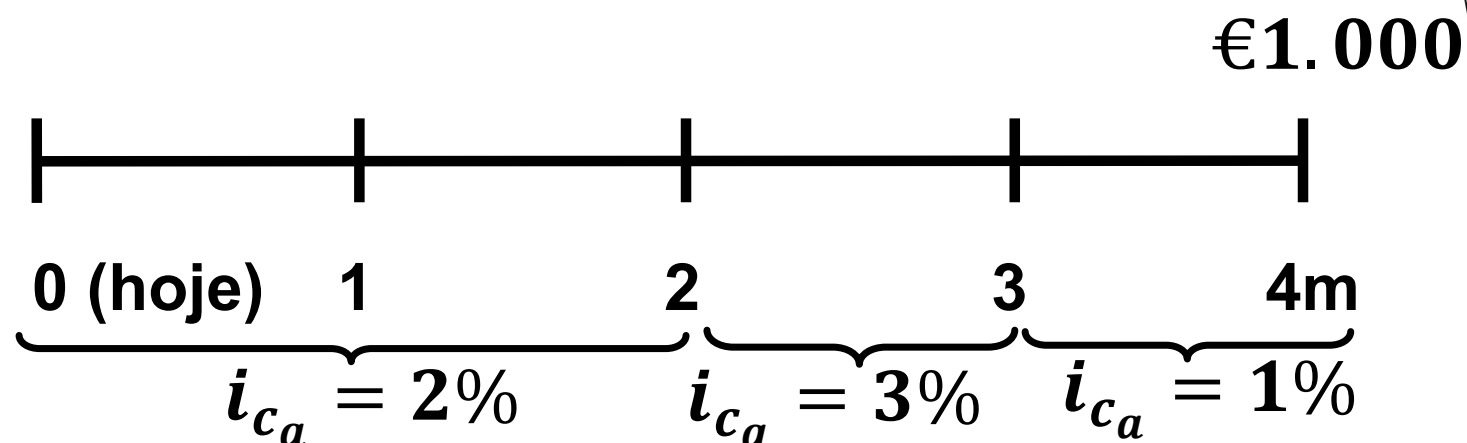
€1.000



$$i_{c\ mensal} = 0,7\%$$

b. (1m)

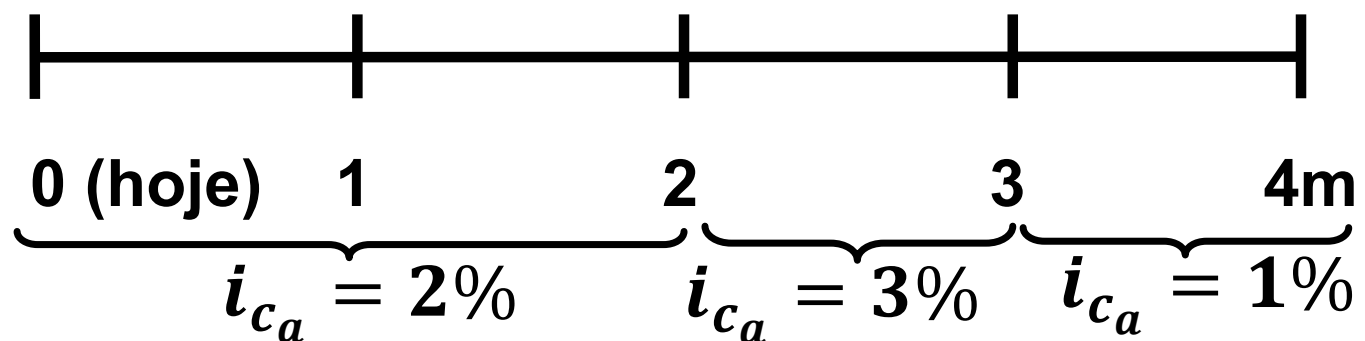
Desconto por fora (desconto comercial)



- Valor a receber se descontado hoje (0)?
- Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1)?

Desconto por fora (desconto comercial)

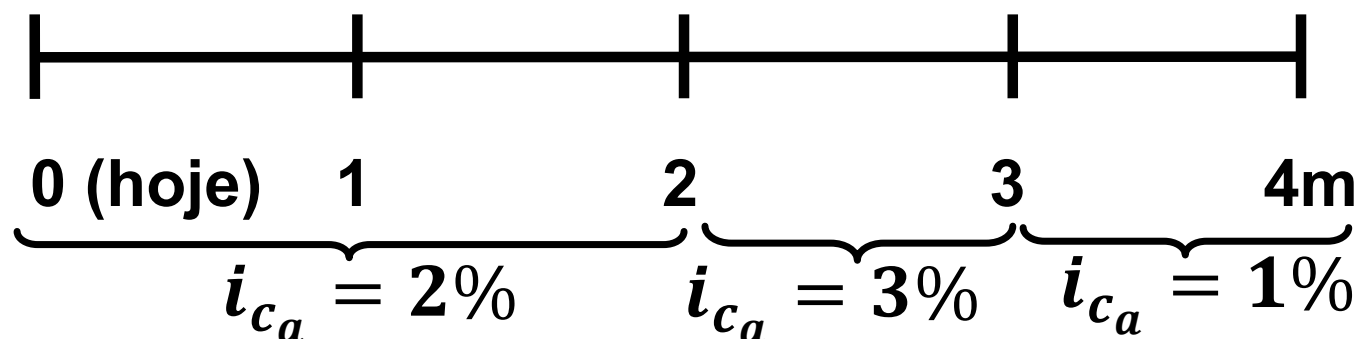
€1.000



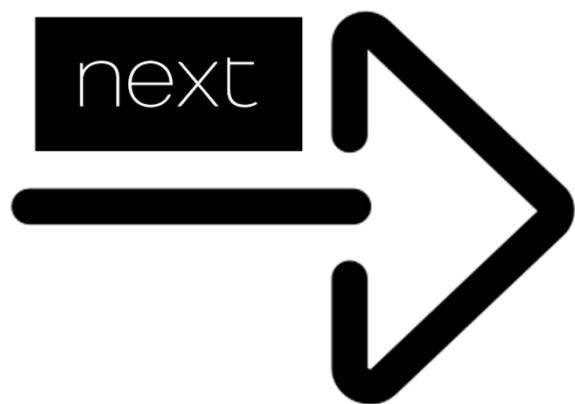
a. Hoje (0)?

Desconto por fora (desconto comercial)

€1.000



b. 3 meses antes do vencimento (1)



Regime de
capitalização em
que o juro
capitaliza