CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo III – Serviço de Dívida

Principais conceitos

Desdobramento do capital e do juro nas operações financeiras

Capítulo III – Serviço de dívida

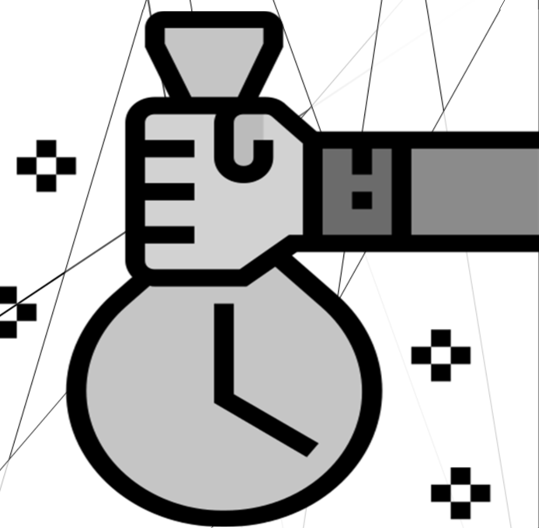
Serviço de dívida

- É usual apresentar-se esta matéria relacionando-a com as dívidas a pagar.

- Os mesmos princípios vão, contudo, aplicar-se aos direitos de um credor, que legitimamente pretenda conhecer os montantes de empréstimos que concedeu e que ainda estão em dívida, ao longo dos prazos dessas operações financeiras.

Serviço de dívida

- As duas principais obrigações do devedor numa operação financeira são a **entrega dos juros** e o **reembolso** (devolução) **do capital**.
- Ao **conjunto dos pagamentos** (que liquidam juros e devolvem capital) que o devedor terá de realizar, chama-se **serviço de dívida**.



Serviço de dívida

- Desdobrar os **pagamentos** em **juro** e **parcelas de reembolso de capital** permite simplificar a determinação de capitais em dívida ao longo do prazo da operação financeira.
- Tal desdobramento **pode mesmo**, em certos casos, **eliminar a necessidade da abordagem desenvolvida no segundo capítulo**, substituindo-a por aritmética elementar.

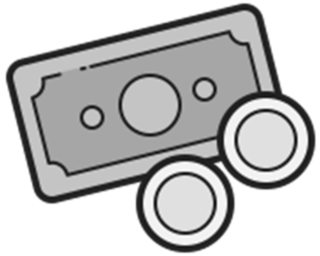
Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Do ponto de vista formal, todos os **pagamentos** num dado momento **(P_k)** podem ser desdobrados em duas partes, em cada período de capitalização:
  - o **juro (j_k)** e a
  - a **parcela de reembolso de capital (m_k)**

Ou seja:

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- O **juro (j_k)**, como já abordado no capítulo 1, corresponde à remuneração do capital emprestado em cada período.



- A **parcela de reembolso de capital (m_k)**, corresponde ao montante (incluído no pagamento) que irá afetar o valor em dívida:
  - Se for > 0, irá **reduzir** o valor em dívida;
  - Se for = 0, **não altera** o valor em dívida;
  - Se for < 0, **aumentará** o valor em dívida

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Havendo capital em dívida e tendo passado tempo, haverá sempre juro a suportar.
- Contudo, isso não quer dizer que haja necessariamente lugar a um pagamento!

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

+€10.000 – €??? $i_a = 0{,}01$

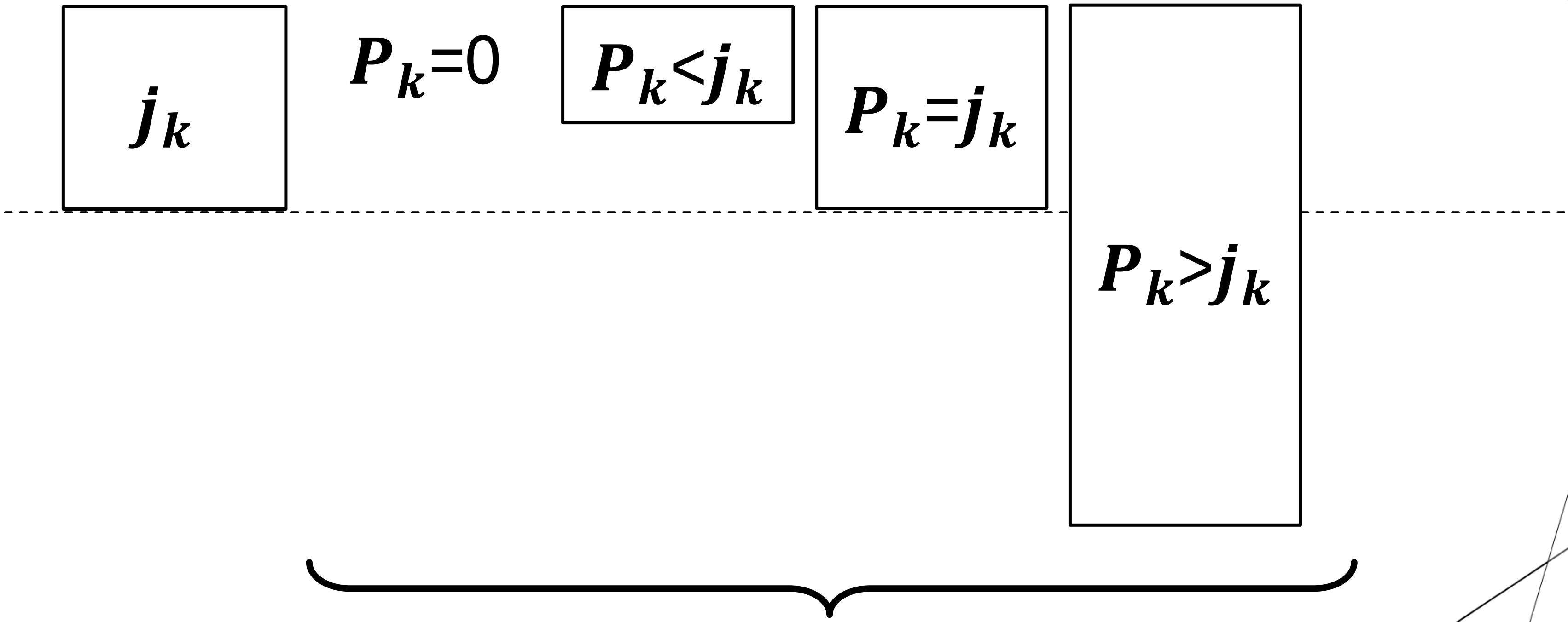
0 1 ano 2 anos 3 anos 4 anos 5 anos

Vencimento
anual do juro

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Entende-se então que um pagamento pode assumir dois casos:
  - $P_k = 0$, o que implica que nada foi pago ao credor e, portanto, **não há saída** de fundos para o credor;
  - $P_k > 0$, o que implica que **tem de haver saída de fundos** do devedor para o credor.

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



Existem 4 cenários possíveis

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

$\boxed{j_k}$ $\quad P_k=0 \quad$ $\boxed{m_k<0}$

- O **capital em dívida** no período, **aumenta** no valor do juro periódico (que não foi pago).

$$m_k = P_k - j_k = 0 - j_k = -j_k$$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

+€10.000	$P_1 = 0$	$P_2 = 0$	$P_3 = 0$	$P_4 = 0$	$P_5 = ???$	$i_a = 0{,}01$
0	1 ano	2 anos	3 anos	4 anos	5 anos	

Vencimento
anual do juro

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = 0$	$C_1 = €0$
$C_1 = €10.000$	$j_2 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_2 =$	$P_2 = 0$	$C_2 = €0$
$C_2 = €10.000$	$j_3 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_3 =$	$P_3 = 0$	$C_3 = €0$
$C_3 = €10.000$	$j_4 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_4 =$	$P_4 = 0$	$C_4 = €0$
$C_4 = €10.000$	$j_5 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_5 =$	$P_5 = 0$	$C_5 = €0$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

j_k	P_k>0 $P_k < j_k$	P_k m_k**<0**

- O **capital em dívida** no período, também **aumenta**, mas apenas no valor do juro periódico que não foi pago.

$$m_k = P_k - j_k$$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

+€10.000	$P_1 = €75$	$P_2 = €75$	$P_3 = €75$	$P_4 = €75$	$P_5 =???$	$i_a = 0{,}01$
0	1 ano	2 anos	3 anos	4 anos	5 anos	
Vencimento anual do juro						

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = €75$	$C_1 = €0$
$C_1 = €10.000$	$j_2 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_2 =$	$P_2 = €75$	$C_2 = €0$
$C_2 = €10.000$	$j_3 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_3 =$	$P_3 = €75$	$C_3 = €0$
$C_3 = €10.000$	$j_4 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_4 =$	$P_4 = €75$	$C_4 = €0$
$C_4 = €10.000$	$j_5 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_5 =$	$P_5 = €75$	$C_5 = €0$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

j_k | $P_k > 0$, $P_k = j_k$ | P_k

- O **capital em dívida** no período, vai permanecer **inalterado**, pois apenas o juro suportado foi pago.

$$m_k = P_k - j_k = 0$$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

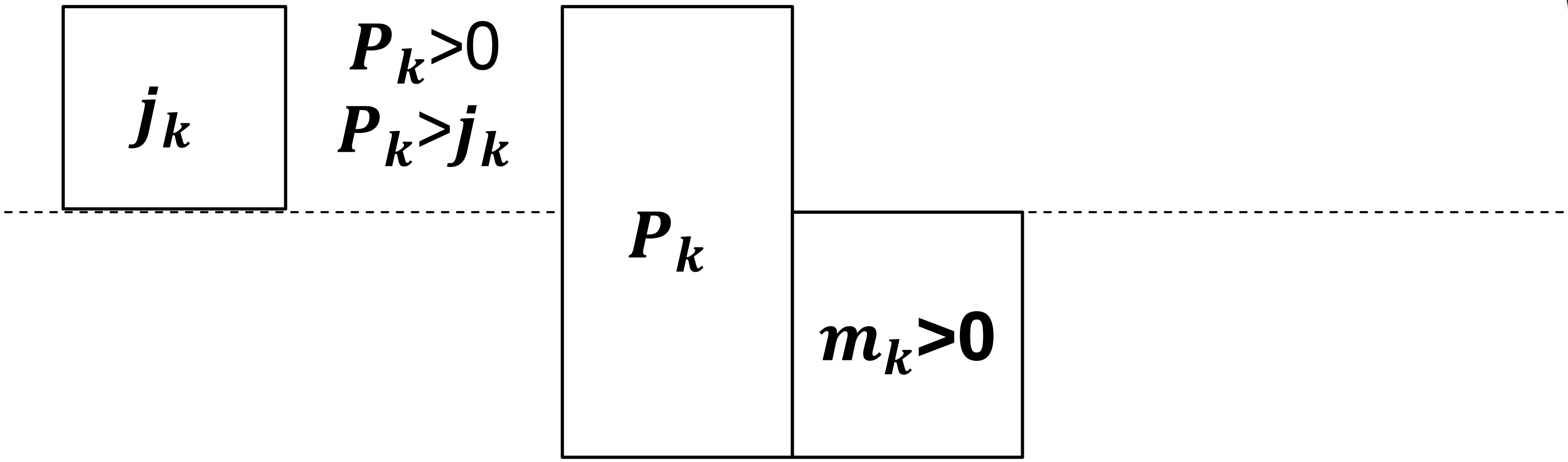
+€10.000 $P_1 = €100$ $P_2 = €100$ $P_3 = €100$ $P_4 = €100$ $P_5 = ???$ $i_a = 0{,}01$

0 1 ano 2 anos 3 anos 4 anos 5 anos

Vencimento anual do juro

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = €100$	$C_1 = €0$
$C_1 = €10.000$	$j_2 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_2 =$	$P_2 = €100$	$C_2 = €0$
$C_2 = €10.000$	$j_3 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_3 =$	$P_3 = €100$	$C_3 = €0$
$C_3 = €10.000$	$j_4 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_4 =$	$P_4 = €100$	$C_4 = €0$
$C_4 = €10.000$	$j_5 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$	$m_5 =$	$P_5 = €100$	$C_5 = €0$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



- O **capital em dívida** no período, **<u>diminui</u>**.

$$m_k = P_k - j_k > 0$$

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

+€10.000 $P_1 = €300$ $P_2 = €300$ $P_3 = €300$ $P_4 = €300$ $P_5 = ???$ $i_a = 0{,}01$

0 — 1 ano — 2 anos — 3 anos — 4 anos — 5 anos

Vencimento
anual do juro

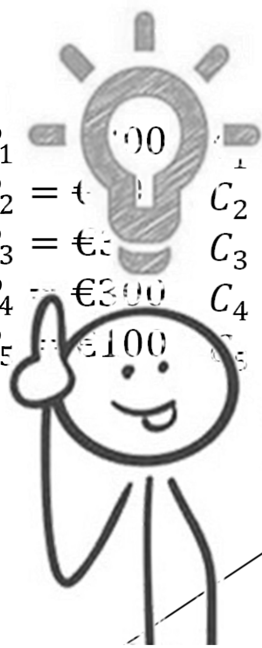
$C_0 = €10.000$ $j_1 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$ $m_1 =$ $P_1 = €300$ $C_1 = €0$

$C_1 = €10.000$ $j_2 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$ $m_2 =$ $P_2 = €300$ $C_2 = €0$

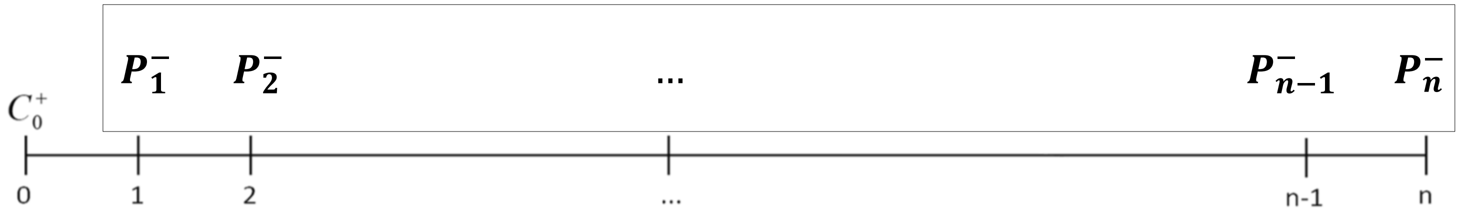
$C_2 = €10.000$ $j_3 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$ $m_3 =$ $P_3 = €300$ $C_3 = €0$

$C_3 = €10.000$ $j_4 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$ $m_4 =$ $P_4 = €300$ $C_4 = €0$

$C_4 = €10.000$ $j_5 = €10.000 \times 0{,}01 = €100$ $m_5 =$ $P_5 = €100$ $C_5 = €0$



Representação gráfica



- A combinação entre a forma de reembolsar o capital e a de entregar os juros, traduzem casos específicos do desdobramento geral do serviço de dívida, acima representado.
- A cada forma anterior, chamamos **modalidade de serviço de dívida**

Representação gráfica

- O desdobramento está intrinsecamente relacionado com os axiomas ("regras de ouro") do cálculo financeiro, nomeadamente:

o primeiro, ou seja, a **existência de capital e tempo implica a existência de juro**; e o

terceiro, ou seja, o **juro em cada período de capitalização é igual ao capital do início desse período, multiplicado pela taxa de juro** referida ao mesmo período).

Mapa de serviço de dívida

- Usualmente a apresentação e análise de um serviço de dívida faz-se através do **mapa de serviço de dívida**.

- Neste mapa apresentam-se os **pagamentos** desdobrados em **juro** e **parcela de reembolso de capital**, bem como o capital inicial e final em dívida, em cada período de capitalização.
- A sua estrutura mais frequente é a seguinte:

Mapa de serviço de dívida

Período k	CDIP[1] C_{k-1}	Parcela de juro j_k	Parcela de reembolso m_k	Pagamento P_k	CDFP[2] C_k
1	C_0	$j_1 = C_0 \times i_1$	m_1	$P_1 = j_1 + m_1$	$C_1 = C_0 - m_1$
2	C_1	$j_2 = C_1 \times i_2$	m_2	$P_2 = j_2 + m_2$	$C_2 = C_1 - m_2$
…	…	…	…	…	…
t	C_{t-1}	$j_t = C_{t-1} \times i_t$	m_t	$P_t = j_t + m_t$	$C_t = C_{t-1} - m_t$
t+1	C_t	$j_{t+1} = C_t \times i_{t+1}$	m_{t+1}	$P_{t+1} = j_{t+1} + m_{t+1}$	$C_{t+1} = C_t - m_{t+1}$
…	…	…	…	…	…
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

[1] Capital em dívida no início do período
[2] Capital em dívida no final do período

Se a taxa de juro efetiva **permanecer a mesma**:

$$i_1 = i_2 = \ldots = i_t = i_{t+1} = \ldots = i_n = i$$

Mapa de serviço de dívida

Período k	CDIP[1] C_{k-1}	Parcela de juro j_k	Parcela de reembolso m_k	Pagamento P_k	CDFP[2] C_k
1	C_0	$j_1 = C_0 \times i_1$	m_1	$P_1 = j_1 + m_1$	$C_1 = C_0 - m_1$
2	C_1	$j_2 = C_1 \times i_2$	m_2	$P_2 = j_2 + m_2$	$C_2 = C_1 - m_2$
…	…	…	…	…	…
t	C_{t-1}	$j_t = C_{t-1} \times i_t$	m_t	$P_t = j_t + m_t$	$C_t = C_{t-1} - m_t$
t+1	C_t	$j_{t+1} = C_t \times i_{t+1}$	m_{t+1}	$P_{t+1} = j_{t+1} + m_{t+1}$	$C_{t+1} = C_t - m_{t+1}$
…	…	…	…	…	…
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

[1] Capital em dívida no início do período

[2] Capital em dívida no final do período

Se a taxa de juro efetiva se **alterar** ao longo do prazo:
então i_k $(k = 1, \dots n)$ será a que está em vigor no período k

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período k	CDIP[1] C_{k-1}	Parcela de juro j_k	Parcela de reembolso m_k	Pagamento P_k	CDFP[2] C_k
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

- Como o capital em dívida no fim do último período é igual a **€0** (**ou seja, já nada se deve**), então:

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período k	CDIP[1] C_{k-1}	Parcela de juro j_k	Parcela de reembolso m_k	Pagamento P_k	CDFP[2] C_k
n	m_n	$j_n = m_n \times i_n$	m_n	$P_n = m_n \times (1 + i_n)$	$C_n = 0$

- Como o capital em dívida no fim do último período é igual a **<u>€0</u>** (**ou seja, já nada se deve**), então:

$$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$$

$$\Leftrightarrow C_{n-1} = m_n$$

Logo:

$$j_n = C_{n\text{-}1} \times i_n = m_n \times i_n$$

$$P_n = j_n + m_n = m_n \times i_n + m_n = m_n \times (1 + i_n)$$

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período k	CDIP[1] C_{k-1}	Parcela de juro j_k	Parcela de reembolso m_k	Pagamento P_k	CDFP[2] C_k
n	m_n	$j_n = m_n \times i_n$	m_n	$P_n = m_n \times (1 + i_n)$	$C_n = 0$

- De referir também que o **capital inicial do empréstimo** será sempre **igual ao somatório de <u>TODAS</u> as parcelas de reembolso de capital**, ou seja:

$$C_0 = \sum_{k=1}^{n} m_k$$

Modalidades de serviço de dívida

Capítulo III – Serviço de dívida