



Departamento de
Gestão e Economia



Exercícios de Cálculo Financeiro

Ano letivo
2024/2025

1.º Ciclo em Economia e em Gestão

Docentes:

Francisco Antunes
Norberto Maricoto

EXERCÍCIO 1.01



Um capital de €2.000 foi colocado, durante 5 anos, sob as seguintes condições:

- Vencimento mensal do juro.
- Taxas de juro mensais efetivas: 1% no 1.º e 2.º ano; 1,005% no 3.º ano; 0,99% nos restantes anos.
- Durante os primeiros 3 anos, capitalização de 60% do juro mensal e entrega do restante ao investidor no final de cada mês.
- Durante o 4.º, entrega do juro mensal ao investidor no final de cada mês.
- Durante o 5.º, capitalização integral do juro.

- a) Determine o valor do juro mensal entregue ao investidor durante 4.º ano da aplicação. **[€24,57]**
- b) Determine o montante pago ao investidor no final do prazo da aplicação. **[€2.792,89]**

EXERCÍCIO 1.02



Substituição de uma dívida de €80.000, vencida hoje, por três pagamentos com vencimentos a 6, 9 e 12 meses respetivamente. O valor nominal do 2.º é superior ao do 1.º em 40%. O valor nominal do 3.º é inferior ao do 1.º em 40%. Taxa de juro trimestral efetiva 2,8%.

- a) Valores nominais dos pagamentos? **[€28.857,83; €40.400,97; €17.314,70]**

EXERCÍCIO 1.03



Aplicação de €10.000. Taxas de juro mensais efetivas de 3,2% nos primeiros 2 anos e 3,5% nos 5 anos seguintes. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 70% do juro. Prazo: 7 anos.

- a) Capital acumulado no início do 7.º ano? **[€54.384,41]**

EXERCÍCIO 1.04



Dada a taxa de juro nominal de 5% relativa a um período de 5 meses, com capitalizações bimestrais (de 2 em 2 meses).

- a) Taxa de juro nominal para um período de 10 meses com capitalizações de 5 em 5 meses. **[10,15%]**

EXERCÍCIO 1.05

Uma pessoa aceitou há 7 meses um título de dívida com o valor nominal de €3.000, com vencimento a 8 meses. Hoje, por dificuldades de liquidez, acorda com o credor renegociar a dívida nos seguintes termos:

- Pagamento imediato €250.
- Novo pagamento ao fim de 100 dias.
- Taxa de juro diária efetiva de 0,05%.

a) Determine o valor nominal do 2.º pagamento. [**€2.843,37**]

EXERCÍCIO 1.06

Desconto composto às taxas de desconto anuais de 2% no 1.º ano e 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €5.450.

a) Valor do desconto? [**€189,12**]

EXERCÍCIO 1.07

Desconto por fora no Banco A de um título de valor nominal €180.000 com vencimento a 2 anos. Taxa anual contratada 6,4%. Taxa de desconto efetiva anual no Banco B 6,5%.

a) Qual a melhor opção do ponto de vista financeiro? [**Banco B**]

EXERCÍCIO 1.08

Empréstimo de €2.000. Período de capitalização semestral. Taxa de juro semestral 4,5%. Prazo 14 meses. Nas frações do período de capitalização é usada uma taxa proporcional.

a) Valor a pagar no final do prazo? [**€2.216,81**]

EXERCÍCIO 1.09

Desconto por fora à taxa contratada anual de 4,7%. Título com vencimento a 4 meses e 10 dias. Valor do desconto €2.430.

a) Taxa de juro anual efetiva? [**4,854%**]

EXERCÍCIO 1.10

Aplicação de €1.500. Prazo 12 anos. Taxas de juro anuais: 3,5% nos primeiros 6 anos e 4,5% nos 6 anos seguintes. Vencimento anual de juro. Recebimento do juro no vencimento.

- a) Valor do último recebimento? [€1.567,5]

EXERCÍCIO 1.11

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €2.300 com vencimento hoje, e o 2.º de €7.200 com vencimento daqui a dois anos. Taxa de juro anual efetiva de 8,6%. Vencimento comum: 2 anos.

- a) Capital do novo título? [€9.912,61]

EXERCÍCIO 1.12

Subsídio reembolsável (empréstimo a juro nulo) no valor de €100.000. Prazo 3 anos. Taxa de juro efetiva no mercado de 8% ao ano.

- a) Perda do credor? [€25.971,2]

EXERCÍCIO 1.13

Taxa de juro nominal de 7,5% para 9 meses com 6 capitalizações no período da taxa.

- a) Taxa de juro nominal anual com 8 capitalizações no período da taxa? [10%]

EXERCÍCIO 1.14

Desconto por fora às taxas anuais de 3% no 1.º ano e 4% no 2.º ano. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €8.000.

- a) Valor do desconto? [€560]

EXERCÍCIO 1.15

Desconto por fora de um título de valor nominal €11.000 com vencimento a 10 meses. Taxa de juro anual efetiva 17,379%.

- a) Taxa anual contratada? **[15%]**

EXERCÍCIO 1.16

Desconto por dentro às taxas anuais de 2% no 1.º ano, 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 1 ano e 105 dias. Valor atual do título €3.450.

- a) Valor nominal do título? **[€3.533,89]**

EXERCÍCIO 1.17

Título de valor nominal €7.800 com vencimento a 8 meses. Valor do título daqui a 3 meses €7.450 (desconto composto).

- a) Taxa de juro efetiva anual e taxa de desconto efetiva anual? **[11,648%; 10,433%]**

EXERCÍCIO 1.18

Aplicação de €12.000. Taxa de juro mensal efetiva de 1,6%. Vencimento mensal do juro. Pagamento de 60% do juro no vencimento. Prazo: 8 anos.

- a) Valor a receber no final do 5.º mês do 6.º ano? **[€173,29]**

EXERCÍCIO 1.19

Aplicação de €10.000. Taxa de juro trimestral efetiva 1,5%. Vencimento trimestral do juro. Prazo: 8 anos. Recebimento de €10.000 no fim do 5.º ano.

- a) Recebimento no final do prazo? **[€4.147,06]**

EXERCÍCIO 1.20

Desconto composto às taxas de juro efetivas anuais de 4,2% no 1.º ano e 3,9% no 2.º ano. Título de valor nominal €5.480 com vencimento a 1,5 anos. O titular propôs o desconto por dentro em alternativa ao composto.

- a) Qual a taxa contratada fixa semestral que o banco estaria disposto a aceitar no desconto por dentro (em alternativa às taxas contratadas no desconto composto)? **[2,071%]**

EXERCÍCIO 1.21

Desconto por fora às taxas semestrais de 1,9% no 1.º semestre e 2,1% no 2.º semestre. Título com vencimento a 1 ano. Valor do desconto €340.

- a) Taxa de desconto efetiva anual? **[4%]**

EXERCÍCIO 1.22

Aplicação de €5.000. Taxas de juro efetivas: 0,4% (mensal) no primeiro ano, 1,8% (trimestral) nos 2 anos seguintes e 3,9% (semestral) nos restantes. Vencimento mensal do juro. Prazo: 6 anos.

- a) Taxa de juro efetiva média anual? **[7,254%]**

EXERCÍCIO 1.23

Dívida de €114.000 a pagar através de 2 prestações a vencerem a 90 e 120 dias. O valor nominal da 2ª é inferior ao da 1ª em 20%. Taxa de juro anual efetiva 15%.

- a) Valores nominais das prestações? **[€65.888,43; €52.710,74]**

EXERCÍCIO 1.24

Aplicação de €10.000. Prazo: 3 anos. Vencimento mensal de juros. Valor acumulado no final do prazo: €12.000.

- a) Taxa de juro semestral nominal (com capitalizações mensais) contratada? **[€3,046%]**

EXERCÍCIO 1.25

Aplicação de €18.000. Vencimento anual de juros. Retenção do juro sem capitalização. Taxa de juro semestral contratada 5,2%. Prazo: 4 anos.

- a) Taxa de juro efetiva média anual? **[9,085%]**

EXERCÍCIO 1.26

Taxa de juro anual nominal (com 3 capitalizações no período da taxa) 9,3%.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[9,591%]**

EXERCÍCIO 1.27

Título de valor nominal €6.200 com vencimento a 8 meses. Valor atual do título €5.000 (desconto composto).

- a) Taxa de desconto efetiva mensal e taxa de desconto anual equivalente? **[2,65%; 27,579%]**

EXERCÍCIO 1.28

Renegociação de uma dívida de valor nominal €12.500 com vencimento a 2 meses. Pagamento imediato de €2.500 e um 2.º pagamento daqui a 6 meses.

- a) Taxa de juro efetiva mensal 1%. Valor nominal do 2.º pagamento? **[€10.353,75]**

EXERCÍCIO 1.29

Aplicação de €250.000. Taxas de juro nominais anuais (com capitalizações mensais): 2,4% (no 1.º quadrimestre), 3% (no 2.º quadrimestre), 4,2% (nos 3 meses seguintes) e 12% (no último mês). Vencimento mensal do juro. Prazo: 1 ano.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[3,916%]**
b) Taxa de juro nominal anual (com capitalizações mensais) média? **[3,847%]**

EXERCÍCIO 1.30

Uma pessoa recebeu duas propostas para a venda de um imóvel. A 1ª prevê um recebimento a pronto de €10.000 e um recebimento de €140.000 daqui a 18 meses. A 2ª prevê três recebimentos de €65.000, €15.000 e €70.000 daqui a 3, 12 e 24 meses, respetivamente.

- a) Sabendo que o vendedor tem a possibilidade de aplicar capitais à taxa de juro efetiva anual de 5%, diga qual é a melhor proposta do ponto de vista financeiro (na perspetiva do vendedor)? **[2.ª proposta]**

EXERCÍCIO 1.31

Taxa de juro nominal quadrimestral de 2,1% com capitalizações bienais (2 anos).

- a) Taxa de juro bienal (2 anos) nominal com capitalizações quadrimestrais? **[11,985%]**

EXERCÍCIO 1.32

Aplicação de €34.000. Prazo: 10 anos. Reforço de capital no valor de €16.000 no final do 6.º ano. Taxas de juro mensais efetivas de 1,1% nos primeiros 6 anos e 1,4% nos restantes. Vencimento mensal do juro.

- a) Valor do juro vencido no final do 73.º mês? **[€1.270,38]**

EXERCÍCIO 1.33

Taxa de juro nominal bienal (2 anos) de 13,8% com 6 capitalizações no período da taxa.

- a) Taxa de juro nominal mensal com capitalizações quadrimestrais? **[0,575%]**
 b) Taxa de juro nominal anual com capitalizações de 5 dias? **[6,825%]**
 c) Taxa de desconto efetiva anual? **[6,594%]**

EXERCÍCIO 1.34

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €7.000 com vencimento hoje, e o 2.º de €4.700 com vencimento daqui a dois anos, por um único com valor nominal igual à soma dos dois anteriores. Taxa de juro anual efetiva de 5,6%.

- a) Vencimento médio? **[9 meses e 10 dias]**

EXERCÍCIO 1.35

Considere o seguinte empréstimo:

- Valor inicial: €8.000.
- Prazo: 4 anos.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 1,5%.
- Reembolso de capital e juros no final do prazo.

- a) Ao fim de dois anos e meio o devedor pediu a antecipação do reembolso pelo desconto por fora à taxa anual de 5%, o que foi aceite pelo credor. Determine o valor a receber pelo credor. **[€9.390,49]**
- b) Considerando que o valor descontado, calculado em RJC à taxa de juro da capitalização, é de €9.284,327 e que a taxa de juro anual efetiva de mercado é de 4,5%, indique, quantificando, quem beneficiou com a antecipação acordada. **[O devedor]**

EXERCÍCIO 1.36

Desconto por dentro às taxas anuais de 2% no 1.º ano, 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €3.450.

- a) Taxas de juro efetivas anuais? **[2%; 1,471%]**

EXERCÍCIO 1.37

Depósito inicial €5.000. Levantamento de €1.000 no final do 2.º ano. Reforço de capital de €1.500 no fim do 1.º semestre do 4.º ano. Prazo 5 anos. Taxa de juro efetiva semestral: 4%. Vencimento semestral de juro. Pagamento do juro no vencimento.

- a) Juro a receber no final do 3.º, do 5.º e do 9.º semestre? **[€200; €160; €220]**

EXERCÍCIO 1.38

Empréstimo de €20.000. Reforço de capital de €10.000 ao fim de 1 ano. Vencimento semestral do juro. Taxa de juro semestral efetiva de 5%. Plano de pagamentos: final do 1.º semestre - €1.000; final do 2.º semestre - €1.000; final do prazo - €40.202,87.

- a) Valor em dívida no início do 3.º semestre? **[€30.000]**
- b) Valor do juro vencido no final do 3.º semestre? **[€1.500]**
- c) Prazo total do empréstimo (em anos)? **[4 anos]**

EXERCÍCIO 1.39

Aplicação de €10.000. Regime de retenção sem capitalização de juro. Vencimento trimestral de juro. Prazo: 10 anos. Valor recebido no final do prazo: €15.000.

- a) Taxa de juro anual contratada? **[5%]**
- b) Taxa de juro efetiva anual no 1.º trimestre? **[5,095%]**
- c) Taxa de juro efetiva anual no último trimestre da aplicação? **[3,404%]**

EXERCÍCIO 1.40

Empréstimo de €80.000. Taxas de juro mensais efetivas de 0,8% nos primeiros 4 anos e 1,1% nos restantes. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 80% do juro no vencimento (nos primeiros 5 anos), pagamento do juro no vencimento (nos 2 anos seguintes) e capitalização do juro no vencimento (nos restantes). Prazo: 10 anos.

- a) Pagamento a efetuar no final do 55.º mês? **[€251,96]**
- b) Pagamento a efetuar no final do 78.º mês? **[€1.327,80]**
- c) Pagamento a efetuar no final do prazo? **[€178.970,98]**

EXERCÍCIO 1.41

Desconto por fora no Banco A de um título de valor nominal €320.000 com vencimento a 1 ano e 3 meses. Valor atual do título €290.000. Taxa de juro efetiva anual no Banco B 7,5%.

- a) Taxa anual contratada (banco A)? **[7,5%]**
- b) Taxa de desconto efetiva mensal (banco A)? **[0,654%]**
- c) Taxa de desconto efetiva anual (banco A)? **[7,573%]**
- d) Qual é a melhor opção de financiamento? **[Banco B]**

EXERCÍCIO 1.42

Empréstimo de €500.000. Prazo: 5 anos. Taxa de juro semestral efetiva: 3%. Reembolso de capital e juros no final do prazo. Ao fim de 3 anos, o credor pediu o reembolso antecipado do empréstimo, propondo ao devedor o pagamento de €570.000.

- a) Sabendo que a taxa de juro anual efetiva no mercado (no momento da antecipação) é de 10,5%, quem ganha com a antecipação, calculando o valor do ganho (reportado ao momento da antecipação e ao final do prazo do empréstimo)? **[O credor]**

EXERCÍCIO 1.43

Empréstimo no banco A, à taxa de juro anual nominal (com capitalizações semestrais) de 14,6%. Empréstimo no banco B à taxa de juro anual nominal (com capitalizações diárias) de 14,6% (base 365).

- a) Taxa de juro efetiva diária do banco A (base 365)? **[0,039%]**
b) Taxa de juro nominal anual (com capitalizações semestrais) do banco B? **[15,143%]**
c) Qual é a melhor opção, do ponto de vista financeiro, para o devedor? **[Banco A]**

EXERCÍCIO 1.44

Aplicação de €45.000. Taxas de juro mensais efetivas de 1,3% nos primeiros 3 anos e 1,1% nos restantes. Reforço de capital no valor de €15.000 no final do 3.º mês do 7.º ano. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 65% do juro no vencimento durante os primeiros 4 anos e de 35% nos anos seguintes. Prazo: 10 anos.

- a) Capital acumulado no início do 9.º ano? **[€96.060,67]**

EXERCÍCIO 1.45

Qual é a taxa de juro anual nominal com capitalizações quadrimestrais que faz triplicar um capital ao fim de 20 anos de capitalização composta? **[5,544%]**

EXERCÍCIO 1.46

Desconto por dentro às taxas anuais de 2,5% no 1.º ano, 1,5% no 2.º, e 3% no 3.º ano. Título com vencimento a 2,5 anos. Valor do desconto €1.500.

- a) Taxas de desconto efetivas anuais? **[2,439%; 1,442%; 2,823%]**

EXERCÍCIO 1.47

Aplicação de €18.200. Taxas de juro mensais efetivas 1,3% nos primeiros 5 anos e 1,5% nos restantes. Vencimento mensal do juro. Reforço de capital no final do 4.º ano no valor de €1.800. Recebimento no final do prazo €59.475,1845.

- a) Prazo da aplicação (em anos)? **[7 anos]**

EXERCÍCIO 1.48

Numa aplicação de €32.000 foi acordado o seguinte:

- Prazo: 7 anos.
- Taxas de juro efetivas mensais: 0,75% nos primeiros 4 anos e 0,9% nos 3 anos seguintes.
- Os juros vencem mensalmente.

- a) Considerando o regime de juro composto, qual a taxa de juro fixa mensal equivalente às taxas de juro convencionadas? **[0,8143%]**
- b) Considerando agora que 25% do juro vencido mensalmente será pago ao investidor, qual o valor a receber no final do prazo da aplicação (o juro do último mês é considerado na totalidade)? **[€53.484,68]**
- c) Se o banco propusesse um regime de retenção integral de juros sem capitalização:
- i) Determine a perda do investidor mantendo as taxas acordadas. **[€9.352,4]**
 - ii) Que taxa fixa anual estaria o investidor disposto a aceitar (em alternativa às taxas acordadas)? **[13,947%]**
- d) Admitindo novamente o RJC e uma redução nas taxas de juro efetivas mensais para 0,6% (nos primeiros 4 anos) e 0,8% (nos 3 anos seguintes), identifique o momento em que deve ser feito um reforço de capital de €4.000 de forma a obter o mesmo valor acumulado. **[31,4 meses antes da mudança da taxa]**

EXERCÍCIO 1.49

Considere a seguinte aplicação financeira:

- Prazo: 4 anos;
- Capital inicial de €12.000;
- O juro vence trimestralmente durante todo o prazo da aplicação;
- Taxa de juro anual nominal de 12,18%, com capitalizações semestrais;
- 1.º Ano: capitalização integral do juro;
- 2.º Ano: Pagamento integral do juro no momento do seu vencimento;
- 3.º Ano: Os juros, calculados com base na taxa efetiva trimestral, são retidos no processo sem capitalizarem;
- 4.º Ano: O Sr. MF decide investir mais €500 no início do ano, e €500 no início do 2.º semestre. Durante este ano, o juro é capitalizado no processo.

- a) Qual o valor acumulado no fim do 2.º Ano? **[€13.506,11]**
- b) Calcule o valor do juro trimestral no 3.º Ano. **[€405,18]**
- c) Determine o capital acumulado no fim do 4.º ano. **[€18.118,59]**
- d) Qual a taxa de juro anual a que efetivamente o capital está colocado durante o 3.º ano? **[€12%]**

EXERCÍCIO 1.50

Num empréstimo de €15.000 foi acordado o seguinte:

- Prazo: 10 anos
- Taxas de juro anuais: 8,24322% (efetiva) nos primeiros 6 anos e 12,05961% (nominal associada a 3 capitalizações) nos 4 anos seguintes.
- Os juros vencem trimestralmente

- a) Quanto receberá o credor no final do prazo, sabendo que em cada trimestre, 30% do juro vencido será pago ao credor (o juro do último trimestre é considerado na totalidade no valor final a pagar)? **[€29.459,51]**
- b) Quanto receberia o credor trimestralmente se fosse o regime simples a ser contratado? **[€300 (nos primeiros 6 anos), €450 (nos últimos 4 anos, excetuando o último trimestre) e €15.450 (no último trimestre)]**
- c) Considerando agora o regime de juro composto, qual a taxa de juro fixa trimestral equivalente às taxas de juro convencionadas? **[€2,399%]**
- d) Que taxa fixa anual estaria o credor disposto a aceitar (em alternativa ao acordado na alínea c)) se o devedor propusesse um regime de retenção integral de juros sem capitalização? **[15,811%]**

EXERCÍCIO 2.01



Renda de 120 termos mensais imediatos, normais e constantes de €1.200 cada. Taxa de juro mensal efetiva de 1,2%.

- a) Qual é o valor da renda no fim do 90.º mês? [€222.663,71]

EXERCÍCIO 2.02



Renda de termos trimestrais imediatos, antecipados e constantes de €1.000 cada. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral efetiva de 2,5%.

- a) Qual é o valor acumulado da renda? [€93.131,07]

EXERCÍCIO 2.03



Valor atual de uma perpetuidade imediata semestral: €100.000. Taxa de juro semestral efetiva de 4%.

- a) Qual é o valor do termo constante normal? [€4.000]

EXERCÍCIO 2.04



Perpetuidade semestral com termos constantes de €2.000. Primeiro termo a vencer ao fim de 7 meses. Taxa de juro semestral efetiva de 5%.

- a) Qual é o valor da perpetuidade daqui a 13 meses? [€44.100]

EXERCÍCIO 2.05



Valor atual de uma perpetuidade semestral: €100.000. Termo constante antecipado imediato €5.000.

- a) Qual é a taxa de juro semestral efetiva? [5,263%]

EXERCÍCIO 2.06

Valor atual de uma perpetuidade mensal diferida: €37.927,40. Termo constante normal €45.000. Taxa de juro mensal efetiva 1%.

- a) Qual é o período de diferimento? **[480 meses]**

EXERCÍCIO 2.07

Renda diferida de termos mensais, normais e constantes de €800 cada. Taxa de juro mensal efetiva de 2%. Período de diferimento de 8 meses. Valor da renda no fim do 8.º mês €27.808,71.

- a) Qual o número de termos da renda? **[60]**

EXERCÍCIO 2.08

Renda de 40 termos trimestrais imediatos, normais e constantes de €480 cada. Taxas de juro trimestrais efetivas de 2,8% (primeiros 4 anos) e 3,1% (nos 6 anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da renda. **[€11.292,48]**

EXERCÍCIO 2.09

Aquisição de um bem com um preço de €15.000. Entrada inicial de 30% e pagamento de prestações mensais constantes durante 5 anos. A 1ª prestação vence um mês depois da aquisição. Taxa de juro mensal efetiva 1,25%.

- a) Determine o valor de cada mensalidade. **[€249,79]**

EXERCÍCIO 2.10

Perpetuidade de termos trimestrais imediatos, normais e constantes de €120 cada. Taxas de juro trimestrais efetivas de 2,1% (primeiros 10 anos) e 2,3% (nos anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da perpetuidade. **[€5.497,90]**

EXERCÍCIO 2.11

Valor atual de uma perpetuidade diferida: €100.000. Termos mensais normais a decrescerem mensalmente 3%, sendo o valor do 1.º igual a €4.673,60. Taxa de juro efetiva mensal 1,6%.

- a) Determine o período de diferimento. **[1 mês]**

EXERCÍCIO 2.12

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €21.000. Termos semestrais antecipados a crescerem semestralmente €45. Taxa de juro efetiva semestral 5%.

- a) Determine o valor do 1.º termo. **[€100]**

EXERCÍCIO 2.13

Renda de 20 termos trimestrais que decrescem trimestralmente €75. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%. Valor do último termo €8.575.

- a) Determine o valor da renda no vencimento do último termo. **[€238.812,60]**

EXERCÍCIO 2.14

Renda imediata de 30 termos anuais antecipados que crescem anualmente 5%. Taxa de juro efetiva anual de 11,1%. Valor atual da renda €23.500.

- a) Determine o valor do 12.º termo da renda. **[€2.703,64]**

EXERCÍCIO 2.15

Renda de 20 termos trimestrais antecipados que decrescem trimestralmente €50. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%. Valor do 10.º termo €4.550.

- a) Determine o valor acumulado da renda. **[€119.549,82]**

EXERCÍCIO 2.16

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €100.000. Termos mensais normais a crescerem mensalmente 5%. Valor 163.º termo €27.081,11.

- a) Determine a taxa de juro efetiva mensal. **[5,01%]**

EXERCÍCIO 2.17

Renda de 40 termos semestrais antecipados que decrescem semestralmente 10%. Taxa de juro efetiva semestral 5%. Valor do 1.º termo €100.

- a) Determine o valor atual da renda. **[€698,53]**

EXERCÍCIO 2.18

Valor atual de uma perpetuidade diferida: €100.000. Termos mensais normais a crescerem mensalmente em progressão aritmética. Período de diferimento 2 anos. Taxa de juro efetiva mensal 1,2%. Valor do 1.º termo €50.

- a) Determine o valor do crescimento mensal. **[€18,57]**

EXERCÍCIO 2.19

Renda de 60 termos bimestrais, imediatos, normais e constantes de €200 cada. Taxa de juro bimestral efetiva 2,1%.

- a) Determine o momento em que a renda vale €12.926,09. **[31.º bimestre]**

EXERCÍCIO 2.20

Renda diferida de 24 termos normais e trimestrais que crescem trimestralmente €30. Prazo de diferimento: 2 anos. Taxas de juro efetivas trimestrais 1,8% (nos primeiros 2 anos) e 2,5% (nos anos seguintes). Valor do 1.º termo: €400.

- a) Determine o valor atual da renda. **[€11.004,94]**

EXERCÍCIO 2.21

Renda de 72 termos imediatos, antecipados e mensais que decrescem mensalmente 0,8%. Taxa de juro efetiva mensal 1%. Valor do 1.º termo: €900.

- a) Determine o valor acumulado da renda (reportado ao final do 72.º mês). **[€75.056]**

EXERCÍCIO 2.22

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €50.000. Termos semestrais normais que crescem semestralmente 2%. Valor do 1.º termo: €1.000.

- a) Determine a taxa de juro efetiva mensal. **[0,656%]**

EXERCÍCIO 2.23

Perpetuidade de termos semestrais, imediatos e normais que crescem semestralmente 2%. Valor do 1.º termo €200. Taxas de juro semestrais efetivas 2% (nos primeiros 10 anos) e 2,75% (nos anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da perpetuidade. **[€30.588,24]**

EXERCÍCIO 2.24

Considere um crédito com as seguintes características:

- Pagamentos trimestrais antecipados;
- Prazo: 7 anos;
- Taxa de juro anual nominal, com capitalizações trimestrais: 8%;
- Cada trimestralidade diminui €20 em relação à anterior;
- O valor da 5.ª trimestralidade é igual a €2.500.

- a) Determine o valor inicial do crédito. **[€50.701,04]**

EXERCÍCIO 2.25

Empréstimo de €17.000 por 10 anos nas seguintes condições:

- Nos primeiros 12 meses pagamento de uma mensalidade constante postecipada;
- No restante prazo, os pagamentos serão feitos através de semestralidades em progressão aritmética de razão €150, sendo a primeira igual a €500 com vencimento 18 meses após a data de contratação do empréstimo;
- A taxa de juro nominal anual com capitalizações semestrais é de 15%.

a) Determine o valor da mensalidade constante. **[€403,19]**

EXERCÍCIO 2.26

Um crédito no valor de €20.000 foi concedido nas seguintes condições:

- Prazo: 20 anos.
- Vencimento do primeiro pagamento 1 trimestre após a concessão do crédito.
- Pagamento trimestral constante durante os 6 anos iniciais: €500.
- Valor do pagamento trimestral constante nos 6 anos seguintes: €750.
- Taxa de juro trimestral efetiva nos primeiros 15 anos: 2%.
- Taxa de juro trimestral efetiva para o prazo remanescente: 2,75%.

a) Calcule o valor nominal dos pagamentos trimestrais constantes nos últimos 8 anos do crédito. **[€197,47]**

EXERCÍCIO 2.27

Considere a seguinte mensagem publicitária:

Crédito Pessoal a 5 anos

**Mensalidade de apenas €9 por cada
€500 de empréstimo***

* Pagamento de 14 mensalidades postecipadas por ano, realizando-se as 2 mensalidades adicionais no fim de Junho e no fim de Dezembro.

a) Considerando um crédito contraído no início de Janeiro, e sabendo que existe uma alternativa com uma taxa de juro anual efetiva de 8%, identifique a melhor opção do ponto de vista financeiro. **[A alternativa]**

EXERCÍCIO 2.28

Considere o seguinte crédito à construção:

- 20 recebimentos trimestrais que crescem trimestralmente €10.
- 20 pagamentos trimestrais que crescem trimestralmente 10%.
- O primeiro pagamento ocorre 6 anos após o primeiro recebimento.
- O valor do primeiro pagamento é igual ao valor do primeiro recebimento.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 2,5%.

a) Calcule os valores nominais do 8.º recebimento e do 15.º pagamento. **[€255,30; €703,68]**

EXERCÍCIO 2.29

Um empréstimo de €300.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Nos primeiros 12 anos: reembolso do capital e juros através de pagamentos mensais constantes postecipados a crescerem semestralmente €50;
- Nos 8 anos seguintes: reembolso do capital e juros através de pagamentos mensais constantes postecipados a decrescerem semestralmente 2%;
- Taxa de juro efetiva semestral 6%;
- O valor pago no final do 1.º mês é igual ao valor pago no final do 145.º mês.

a) Calcule os valores do 50.º e do 180.º pagamento. **[€3.332,31; €2,650,57]**

EXERCÍCIO 2.30

Substituição de uma perpetuidade com termos mensais imediatos antecipados que crescem mensalmente 0,5% com o 1.º termo igual a €100, por uma perpetuidade de termos bimestrais que crescem bimestralmente €2, com o 1.º termo a vencer daqui a 10 anos. Taxa de juro mensal efetiva de 1%.

a) Qual é o valor do 1.º termo da 2.ª renda? **[€1.214,12]**

EXERCÍCIO 2.31

Aquisição de um bem com um preço de €25.000. Entrada inicial de 15% e pagamento de prestações mensais constantes. A 1.ª prestação vence seis meses após a aquisição. Taxa de juro anual nominal (com capitalizações mensais) 12,6%. Prazo: 6 anos.

- a) Qual é o valor de cada mensalidade? **[€467,06]**
 b) Qual é o valor em dívida no início do 4.º ano? **[€13.941,52]**

EXERCÍCIO 2.32

Perpetuidade diferida de termos trimestrais, antecipados e constantes de €45 cada. Período de diferimento 3 anos. Taxas de juro trimestrais efetivas 1,9% (até ao fim do 3.º ano), 2,1% (nos 5 anos seguintes) e 2,3% (no prazo restante).

- a) Qual é o valor atual da renda? [**€1.647,43**]
- b) Qual é o valor da renda daqui a 2 anos? [**€1.915,14**]
- c) Qual é o valor da renda no momento em que vence o 10.º termo? [**€2.489,60**]

EXERCÍCIO 2.33

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €18.000 com vencimento daqui a 6 meses e o 2.º de €30.000 com vencimento daqui a um ano, por um pagamento de €2.300 a realizar hoje e um conjunto de 16 prestações quadrimestrais que decrescem quadrimestralmente 2% com a 1.ª a vencer daqui a 1 mês. Taxa de juro quadrimestral efetiva de 2,3%.

- a) Qual é o valor nominal da última prestação? [**€2.708,92**]

EXERCÍCIO 2.34

Substituição de uma perpetuidade imediata com termos semestrais antecipados que crescem semestralmente €2, com o 1.º termo igual a €120, por uma renda de 40 termos trimestrais que decrescem trimestralmente €2, com o 1.º termo a vencer daqui a 9 meses. Taxa de juro trimestral efetiva de 2%.

- a) Qual é o valor do último termo da 2.ª renda? [**€121,80**]

EXERCÍCIO 2.35

Um empréstimo de €35.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo: 20 anos
- Amortização do empréstimo nos seguintes termos:
- Pagamentos mensais constantes, imediatos e postecipados, que crescem anualmente à razão de 1,07.
- Pagamentos anuais que crescem €500 de ano para ano, ocorrendo o primeiro um ano após o início do empréstimo
- Taxa de juro anual efetiva de 10%
- O valor do primeiro pagamento anual é 3 vezes maior que o valor do primeiro pagamento mensal.

- a) Determine o valor do primeiro pagamento anual. [**€107,77**]

EXERCÍCIO 2.36

Considere o empréstimo com as características seguintes:

- Prazo: 15 anos;
- Taxa de juro nominal anual: 8% com capitalizações semestrais;
- Pagamentos mensais constantes a crescerem semestralmente 4%;
- Valor do primeiro pagamento: €568,3771, com vencimento um mês após a contratação do empréstimo;

a) Determine o valor do empréstimo. **[€100.000]**

EXERCÍCIO 2.37

Um empréstimo no valor de €100.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Reembolso de capital e juros através de uma perpetuidade trimestral.
- Pagamentos trimestrais constantes, a crescer (em progressão geométrica) de 4 em 4 anos.
- Primeiro pagamento, no valor de €617,3045 com vencimento na data do empréstimo.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 3,5%.

a) Determine a taxa de crescimento dos pagamentos. **[60%]**

EXERCÍCIO 2.38

Determinado empréstimo, no valor de €100.000, foi contraído nas seguintes condições:

- Perpetuidade quadrimestral constante que cresce (em progressão aritmética) de três em três anos.
- Primeiro pagamento, no valor de €450, com vencimento um quadrimestre após o início do processo.
- Taxa de juro quadrimestral efetiva: 3,5%.

a) Determine o valor da razão da progressão aritmética. **[€8.420,47]**

EXERCÍCIO 2.39

Financiamento de €300.000. Pagamentos bimestrais imediatos antecipados. Os primeiros 80 pagamentos são constantes (dentro de cada semestre) e crescem semestralmente 6,1208%. Os 60 pagamentos seguintes crescem bimestralmente 2%. Taxa de juro efetiva bimestral 2%. O valor do 1.º pagamento é igual ao valor do 81.º pagamento.

- a) Qual é o valor do 1.º pagamento? [€3.305,15]
- b) Qual é o valor do 51.º pagamento? [€8.550,64]
- c) Qual é o valor do 123.º pagamento? [€7.592,73]

EXERCÍCIO 2.40

Valor atual de uma perpetuidade €300.000. Termos trimestrais, imediatos, antecipados e constantes (dentro de cada triénio) que crescem trienalmente €10. Taxa de juro efetiva trimestral 1,5%.

- a) Qual é o valor do 500.º termo da renda? [€4.792,38]

EXERCÍCIO 2.41

Renda diferida com 50 termos quadrimestrais, antecipados e constantes de €175 cada. Período de diferimento 5 anos. Taxas de juro quadrimestrais efetivas 3,1% (até ao fim do 5.º ano), 2,4% (nos 3 anos seguintes) e 2% (no prazo restante).

- a) Qual é o valor atual da renda? [€3.443,54]

EXERCÍCIO 2.42

Considere um financiamento de €100.000 nas seguintes condições:

- Pagamentos mensais imediatos antecipados;
- Os primeiros 120 pagamentos crescem mensalmente 1%;
- Os 180 pagamentos seguintes são constantes (dentro de cada trimestre) e crescem trimestralmente 3,0301%;
- Taxa de juro efetiva mensal 1%;
- O valor do 1.º pagamento é igual ao valor do 121.º pagamento.

- a) Calcule os valores do 81.º e do 253.º pagamento? [€1.273,97; €2.137,32]

EXERCÍCIO 2.43

Perpetuidade de termos anuais imediatos, normais que crescem anualmente €4. Valor do 20.º termo: €500. Taxas de juro anuais efetivas 4,1% (nos primeiros 25 anos) e 3,6% (nos anos seguintes).

- a) Qual o valor da perpetuidade no momento em que vence o 60.º termo? **[€128.337,31]**

EXERCÍCIO 2.44

Considere um empréstimo de €75.000 à taxa de juro efetiva mensal de 1,5% a ser liquidado em 180 mensalidades normais que crescem mensalmente €15 e prazo de diferimento de 18 meses.

- a) Calcule o capital em dívida logo após o pagamento da 74.ª mensalidade. **[€130.920,28]**
 b) Se, logo após o pagamento da 74.ª mensalidade, se pretender alterar o crescimento mensal para €6, determine o novo valor da 125.ª mensalidade. **[€2.539,75]**

EXERCÍCIO 2.45

Conta-poupança à taxa de juro quadrimestral efetiva de 2%. Entregas quadrimestrais constantes (dentro de cada ano) crescendo anualmente 6,1208%. Valor da 1ª entrega €100.

- a) Determine o saldo da conta-poupança logo após a 68.ª entrega. **[€25.136,40]**

EXERCÍCIO 2.46

Um empréstimo no valor de €30.000 à taxa de juro anual nominal de 16%, com capitalizações mensais, deve ser reembolsado de acordo com as seguintes condições:

- Amortização em 84 mensalidades constantes, vencendo-se a primeira 2 anos após o início do empréstimo.
- A taxa de juro é revista quando faltarem 4 anos para o fim do empréstimo, imediatamente após o pagamento da mensalidade

- a) Qual o valor das mensalidades inicialmente fixadas sem revisão da taxa? **[€808,07]**
 b) No momento de revisão da taxa, fez-se uma alteração para uma taxa de juro anual nominal de 18% com capitalizações mensais. Qual o valor das novas mensalidades constantes, mas mantendo o valor das mensalidades até à mudança da taxa? **[€837,57]**
 c) Sendo mantido o valor inicial das mensalidades, mas introduzindo a alteração da taxa, que reflexos haveria sobre o prazo do empréstimo? **[Fazem-se mais dois ou três pagamentos]**

EXERCÍCIO 2.47

Considere o seguinte crédito à construção:

- Recebimentos de acordo com o seguinte plano:
 - 1.º e 2.º ano - mensalidades postecipadas de €2.000
 - 3.º ano - não houve recebimentos
 - 4.º e 5.º ano - mensalidades postecipadas constantes
- Pagamentos de acordo com o seguinte plano:
 - 6.º ao 15.º ano - bimestralidades (2 em 2 meses) postecipadas de €5.000
 - 16.º ao 30.º ano - mensalidades postecipadas de €5.000
 - Taxa de juro anual nominal com capitalizações mensais: 12%.

- a) Calcule o valor de cada recebimento durante o 4.º e o 5.º ano. **[€8.246,21]**
- b) Determine o capital em dívida logo após o último pagamento do 14.º ano. **[€397.716,44]**
- c) Admitindo uma nova taxa de juro efetiva mensal de 0,9% a partir do início do 15.º ano e sendo mantido o valor inicial dos pagamentos, que reflexos haveria sobre o prazo do empréstimo? **[Reduzir-se-ia em 30 ou em 29 mensalidades]**

EXERCÍCIO 2.48

Determinado crédito foi concedido nas seguintes condições:

- 30 recebimentos bimestrais (de 2 em 2 meses) constantes a crescer anualmente 9%. Primeiro recebimento, de €10.000, 2 meses após o início do contrato.
- 60 pagamentos trimestrais constantes a decrescer anualmente 9%. Primeiro pagamento vence 6 anos após o início do contrato.
- Taxa de juro anual efetiva: 9%.

- a) Calcule o valor do 1.º pagamento. **[€21.860,47]**

EXERCÍCIO 2.49

Considere as seguintes entregas mensais numa conta-poupança:

- As primeiras 120 são constantes e crescem quadrimestralmente €80;
- As 66 seguintes são constantes e crescem quadrimestralmente 5%;
- O valor da 1.ª entrega (€500) é igual ao valor da 121.ª entrega.

- a) Admitindo uma taxa de juro efetiva mensal de 1%, calcule o saldo da conta-poupança logo após a 186.ª entrega. **[€699.668,06]**

EXERCÍCIO 2.50

Um empréstimo à construção contemplava as seguintes condições:

- 16 recebimentos trimestrais constantes, crescendo anualmente €5.000, realizando-se o primeiro 3 meses após o início do contrato;
- O pagamento do empréstimo realiza-se através de 360 pagamentos mensais constantes, no valor de €5.635,102, realizando-se o primeiro 5 anos após o primeiro recebimento.

- a) Considerando uma taxa anual efetiva de 7% durante o prazo do empréstimo, determine o valor do primeiro recebimento. [**€36.831.57**]

EXERCÍCIO 3.01



Uma empresa solicitou um empréstimo de €600.000 nas seguintes condições:

- Prazo: 4 anos.
- Reembolso da totalidade do capital no final do prazo do empréstimo.
- Pagamento semestral antecipado dos juros à taxa de juro nominal anual de 24%, com capitalizações semestrais.

a) Calcule os juros semestrais a pagar pela empresa. [€64.285,71]

EXERCÍCIO 3.02



Empréstimo pelo prazo de 17 anos. Pagamento de juros de uma só vez no fim do 10.º ano, no valor de €6.000. Taxa de juro anual efetiva de 9%.

a) Reembolso único de capital no fim do prazo? [€3.296,11]

EXERCÍCIO 3.03



Uma empresa contraiu um empréstimo, no valor de €660.810, nas seguintes condições:

- Prazo: 10 anos
- Taxa de juro anual efetiva: 8%
- O juro será pago totalmente na data de contratação do empréstimo.
- O reembolso far-se-á através de parcelas mensais que diminuam mensalmente 2%, sendo o valor da 1ª igual a €14.500, e o seu vencimento 1 mês após a data do empréstimo.

a) Calcule o valor do juro a pagar. [€134.770,17]

EXERCÍCIO 3.04

Considere um empréstimo com o seguinte plano de amortização:

- O juro seria pago na totalidade, numa prestação única 24 meses após a contratação do empréstimo;
- O capital seria reembolsado através de 18 parcelas mensais, no montante de €1.000, vencendo-se a primeira 7 meses após a data de contratação do empréstimo.

- a) Considerando uma taxa de juro nominal anual de 18% com capitalizações mensais, determine o valor do juro a pagar. [**€5.241,67**]

EXERCÍCIO 3.05

Empréstimo no valor de €35.000. Prazo: 45 anos. Amortização de uma só vez no fim do prazo. Taxa de juro anual efetiva 8%. Plena propriedade no final do 27.º ano de €279.582,1514.

- a) Taxa de avaliação anual? [**8%**]

EXERCÍCIO 3.06

Considere um empréstimo de €24.000 com as seguintes características:

- Taxa de juro efetiva trimestral 1,5%
- Vencimento trimestral de juros
- Prazo 16 anos
- Carência de capital nos primeiros 4 anos (pagamento do juro vencido)
- Posteriormente, pagamentos no final de cada trimestre que crescem trimestralmente €10

- a) Valor da parcela de reembolso incluída no 17.º pagamento? [**€138,33**]
b) Valor do capital em dívida logo após o 45.º pagamento? [**€14.354,38**]
c) Valor da parcela de juro incluída no último pagamento? [**€14,31**]

EXERCÍCIO 3.07

Empréstimo a 5 anos com reembolsos de capital imediatos, constantes, trimestrais e normais no valor de €2.000 cada e pagamento único de juros no final do 2.º ano. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%.

- a) Valor do juro a pagar? [**€10.748,35**]

EXERCÍCIO 3.08

Empréstimo no valor de €75.000. Prazo: 12 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos imediatos, normais, semestrais e constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral efetiva 4%.

- a) Plena propriedade no início do 17.º semestre? **[€85.099,12]**

EXERCÍCIO 3.09

Empréstimo reembolsável através de 96 pagamentos imediatos, mensais, normais e constantes de €620 cada. Taxa de juro mensal efetiva 0,4%.

- a) Parcela de juro incluída no 54.º pagamento? **[€97,79]**

EXERCÍCIO 3.10

Empréstimo com prazo de 5 anos. Taxa efetiva anual 5%. Taxa de avaliação anual 7%. Juro constante igual a €350 a pagar no final de cada ano.

- a) Qual é a plena propriedade no final do 3.º ano? **[€6.746,88]**

EXERCÍCIO 3.11

Empréstimo com prazo de 40 semestres. Taxa efetiva semestral de 4%. Parcelas de reembolso de capital a crescerem semestralmente €25. Pagamentos no fim de cada semestre. Valor da primeira parcela: €150.

- a) Valor do juro a pagar no final do 11.º ano? **[€684]**

EXERCÍCIO 3.12

Empréstimo de €300.000. Serviço de dívida imediato, semestral, normal e variável que inclui parcelas de reembolso que crescem semestralmente €40. Prazo: 30 anos. Taxa de juro efetiva semestral 4,8%.

- a) Valor do 1.º pagamento? **[€18.220]**

EXERCÍCIO 3.13

Empréstimo a 4 anos de €12.000. Reembolso de capital no final do prazo e pagamento de juros no valor de €3.498,90 a pagar na data do contrato.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[9%]**

EXERCÍCIO 3.14

Empréstimo no valor de €75.000. Prazo: 12 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos imediatos, normais, semestrais e constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral efetiva 4%.

- a) Plena propriedade no início do 17.º semestre? **[€85.099,12]**

EXERCÍCIO 3.15

Empréstimo amortizável por serviço de dívida mensal constante. Termo mensal de €100. Taxa de juro mensal efetiva de 0,9%.

- a) Preencha a última linha do quadro de serviço da dívida. **[$k=n$; $C_{n-1}=€99,11$; $j_n=€0,89$; $m_n=€99,11$; $P_n=€100$; $C_n=€0$]**

EXERCÍCIO 3.16

Empréstimo pelo prazo de 15 anos. Juros pagos de uma só vez no fim do 10.º ano. Diferença entre valor inicial do empréstimo e valor nominal dos juros é de €2.000. Taxa de juro anual efetiva de 5%.

- a) Reembolso único de capital no fim do prazo? **[€12.933,97]**

EXERCÍCIO 3.17

Empréstimo de €50.100 com reembolso de capital no final do prazo e pagamentos de juros mensais constantes antecipados. Taxa de juro efetiva mensal 0,2%. Prazo: 3 anos.

- a) Valor do juro mensal a pagar? **[€100]**

EXERCÍCIO 3.18

Empréstimo com reembolsos de capital semestrais constantes postecipados e pagamento único de juros de €34.000 no final do prazo (22.º semestre). Taxa de juro efetiva semestral 6,5%.

- a) Valor de cada parcela de reembolso? **[€812,94]**

EXERCÍCIO 3.19

Empréstimo a 180 dias com reembolsos constantes postecipados de 20 em 20 dias no valor de €1.000 cada e pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro efetiva para 20 dias 0,75%.

- a) Valor do juro a pagar? **[€328,42]**

EXERCÍCIO 3.20

Empréstimo a 20 anos com pagamento único de capital e juros no final do prazo. Taxa efetiva anual de 7%. Taxa de avaliação anual 10%. Plena propriedade no final do 9.º ano €100.000.

- a) Qual o valor inicial do empréstimo? **[€73.729,96]**

EXERCÍCIO 3.21

Empréstimo de €180.000 reembolsável através de parcelas de reembolso trimestrais postecipadas que crescem trimestralmente €50. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral efetiva 2,5%. Pagamento único de juros no final do prazo.

- a) Valor da 1.ª parcela de reembolso? **[€2.575]**
b) Valor do juro a pagar? **[€269.185,53]**

EXERCÍCIO 3.22

Empréstimo com serviço de dívida semestral postecipado variável e parcelas de reembolso constantes. Valor de cada parcela de reembolso €10.000. Valor do 31.º pagamento €14.800. Taxa de juro efetiva semestral 4,8%.

- a) Valor do 1.º pagamento? **[€29.200]**

EXERCÍCIO 3.23

Empréstimo amortizável através de termos mensais variáveis. Último termo mensal de €505. Capital em dívida no início do penúltimo mês €900. Taxa de juro mensal efetiva de 1%.

- a) Preencha as duas últimas linhas do quadro de serviço da dívida. **[$k=n-1$; $C_{n-2}=€900$; $j_{n-1}=€9$; $m_{n-1}=€400$; $P_{n-1}=€409$; $C_{n-1}=€500$ e $k=n$; $C_n=€500$; $j_n=€5$; $m_n=€500$; $P_n=€505$; $C_n=€0$]**

EXERCÍCIO 3.24

Empréstimo de €25.000 com prazo de 10 anos. Pagamento único no final do prazo. O valor dos juros a entregar no final é de €34.184,09. Taxa de avaliação anual 7%.

- a) Plena propriedade no final do 6.º ano? **[€45.151,26]**

EXERCÍCIO 3.25

Empréstimo de €42.000. Pagamentos no valor de €28.882,82 no final do 5.º mês e de €22.495,73 no final do 7.º mês. Taxa de avaliação mensal 4,25%.

- a) Plena propriedade no fim do 3.º mês? **[€45.621,52]**

EXERCÍCIO 3.26

Empréstimo no valor de €35.000. Prazo: 30 semestres. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos postecipados semestrais constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral de 9%.

- a) Plena propriedade no final do 16.º semestre? **[€26.824,54]**

EXERCÍCIO 3.27

Considere um empréstimo nas seguintes condições:

- Prazo: 10 anos.
- Taxa de juro anual efetiva: 8%.
- O juro será pago totalmente no final do prazo do empréstimo.
- O reembolso do capital far-se-á através de parcelas mensais normais que diminuam mensalmente 2%, sendo o valor da 48.^a igual a €2.166.

a) Calcule o valor inicial do empréstimo. **[€255.118,25]**

EXERCÍCIO 3.28

Empréstimo de €186.615 com parcelas de reembolso quadrimestrais postecipadas em progressão aritmética decrescente de razão €15. Prazo 13 anos. Valor da última parcela de reembolso €4.500. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro efetiva quadrimestral 4,1%.

a) Valor do juro a pagar? **[€92.842,31]**

EXERCÍCIO 3.29

Empréstimo a 12 meses, com reembolsos de capital no valor de €30.000 no final do 5.^o mês e de €25.000 no final do 12.^o mês. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro mensal efetiva de 2%.

a) Valor dos juros a entregar no início? **[€8.115,75]**

EXERCÍCIO 3.30

Considere um empréstimo dividido em duas tranches, em regime de juro composto, nas seguintes condições:

- 1.^a tranche de €35.000 (recebida hoje).
- 2.^a tranche (a receber dentro de um ano).
- Taxa de juro de 5% ao ano.
- Devolução do capital em dívida em duas prestações (que incluem capital e juros) no valor de €27.000 e €32.000, a vencerem de hoje a dois e três anos, respetivamente.

a) Calcule o valor nominal da segunda tranche a receber. **[€17.989,23]**

EXERCÍCIO 3.31

Empréstimo de €150.000 reembolsável através de parcelas de reembolso trimestrais postecipadas que crescem em progressão aritmética de razão €90. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral 2,5%. Pagamento único de juros no final do prazo.

- a) Valor da 1.^a parcela de reembolso? **[€1.010]**

EXERCÍCIO 3.32

Considere as seguintes informações sobre um empréstimo:

- Prazo: 25 anos.
- Taxa de juro efetiva mensal: 0,7%.
- Serviço de dívida mensal: constante nos primeiros 12 anos e variável com parcelas de reembolso em progressão aritmética de razão igual a €5,00 nos 13 anos seguintes.
- O valor da parcela de reembolso incluída na 8.^a mensalidade é de €105,0041.
- O capital em dívida no início do 20.^o ano é de €72.940,814.

- a) Determinar o valor inicial do empréstimo. **[€150.000]**

EXERCÍCIO 3.33

Uma empresa pediu um crédito nas seguintes condições:

- Montante: €6.000
- Prazo: 6 anos
- Taxa de juro anual efetiva: 14%
- Pagamento de juros: único no final do prazo do empréstimo
- Reembolso do capital: parcelas anuais constantes e antecipadas

- a) Calcule o valor do juro a pagar pela empresa. **[€3.439,34]**

EXERCÍCIO 3.34

Determinada empresa contraiu um empréstimo no montante de €20.000 nas seguintes condições:

- Prazo de 10 anos.
- Taxa nominal anual de 15%, com capitalizações mensais.
- Pagamentos mensais constantes e postecipados, sendo o primeiro um mês após o início do empréstimo.
- Revisão da taxa 4 anos após o início do empréstimo.

- a) Qual o montante da prestação? **[€322,67]**
- b) Assumindo que a taxa foi revista para 12% (anual nominal), qual o efeito sobre o prazo do empréstimo, se quiséssemos manter os valores das mensalidades (admita um pagamento residual um mês após a última mensalidade constante). **[Redução de 7 mensalidades]**
- c) Calcule a plena propriedade quando faltam 3 anos para o final do novo prazo do empréstimo (calculado na alínea anterior), assumindo a taxa de avaliação mensal efetiva de 0,75%. **[€9.989,63]**

EXERCÍCIO 3.35

Considere um empréstimo com as seguintes características:

- Pagamentos mensais variáveis, ocorrendo o primeiro 1 ano e 6 meses após o início do empréstimo.
- Prazo: 12 anos.
- Taxa anual nominal com capitalizações mensais de 18%.
- Cada mensalidade diminui 0,1% em relação à anterior.
- O valor da 35.^a mensalidade é de €1.933,11.

- a) Determine o juro incluído na 70.^a mensalidade. **[€1.053,64]**

EXERCÍCIO 3.36

Determinada empresa conseguiu um empréstimo com as seguintes condições:

- Capital emprestado: €164.563,15;
- Taxa de juro efetiva anual: 10%;
- Prazo: 20 anos;
- Os pagamentos serão realizados através de uma renda trimestral normal, onde os pagamentos são constantes ao longo de cada ano, crescendo à razão anual de 1,11;
- O primeiro pagamento será efetuado 3 meses após a data de contratação do empréstimo.

- a) Calcule o valor do primeiro pagamento. **[€2.000]**
- b) Qual o valor da parcela de juro incluída no 9.^o pagamento? **[€4.359,55]**

EXERCÍCIO 3.37

Uma empresa contratou um crédito nas seguintes condições:

- Prazo: 5 anos;
- Pagamentos através de uma renda de termos mensais, constantes e normais;
- Taxa de juro nominal anual: 12% com capitalizações mensais
- A parcela de reembolso incluída no 25.º termo é igual a €3.886,8

Sabe-se que após 3,5 anos o crédito foi avaliado, utilizando uma taxa de 1,5% mensal.

- a) Determine a plena propriedade. **[€87.156,87]**

EXERCÍCIO 3.38

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida imediato mensal normal: constante (nos primeiros 15 anos) e variável com parcelas de reembolso constantes (nos 15 anos seguintes). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€1.000) é igual ao valor da 181.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva 0,5%.

- a) Capital em dívida após o pagamento da 180.ª mensalidade? **[€180.000]**

EXERCÍCIO 3.39

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida mensal imediato normal: variável com parcelas de reembolso constantes (nos primeiros 5 anos), variável com parcelas de reembolso que crescem mensalmente €5 (nos 10 anos seguintes) e constante (nos últimos 15 anos). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€200) é igual ao valor da 61.ª parcela de reembolso e igual ao valor da 181.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva 0,4%. Taxa de avaliação efetiva mensal 0,1%.

- a) Capital em dívida logo após o pagamento da 40.ª mensalidade? **[€116.274,24]**

EXERCÍCIO 3.40

Empréstimo de €60.000. Período de diferimento nos primeiros 10 anos e período de carência nos 5 anos seguintes. Nos últimos 15 anos os pagamentos são mensais normais e decrescem mensalmente 0,1%. Taxa de juro mensal efetiva 1,1%.

- a) Valor do último pagamento? **[€2.532,33]**
 b) Parcela de juro incluída no último pagamento? **[€27,55]**

EXERCÍCIO 3.41

Empréstimo de €450.000. Serviço de dívida mensal imediato normal variável com parcelas de reembolso constantes. Prazo: 10 anos. Taxa de juro efetiva mensal 1,1%. Taxa de avaliação efetiva mensal 1,5%.

- Valor do 77.º pagamento? **[€5.565]**
- Plena propriedade logo após o 76.º pagamento? **[€153.040,62]**

EXERCÍCIO 3.42

Considere o empréstimo seguinte:

- Capital inicial: €42.500.
- Pagamentos anuais, imediatos e postecipados.
- Parcelas de reembolso do capital a crescer 7,3293%.
- Valor da 1.ª parcela de reembolso de capital (m_1): €1.000
- O juro é pago na totalidade ao fim do 9.º ano.
- Taxa de juro anual efetiva de 7,3293%.

- Determine o valor do juro a pagar. **[€45.106,58]**

EXERCÍCIO 3.43

Empréstimo de €175.000 com o seguinte serviço de dívida: 70% do valor do empréstimo através de mensalidades (capital e juro) imediatas, constantes e postecipadas e o restante no fim do prazo. Prazo: 30 anos. Taxa de juro mensal efetiva: 0,8%.

- Valor da 190.ª parcela de reembolso? **[€265,99]**
- Última linha do mapa de serviço de dívida? **[$k=360$; $C_{359}=€53.530,75$; $j_{360}=€428,25$; $m_{360}=€53.530,75$; $P_{360}=€53.959$; $C_{360}=€0$]**

EXERCÍCIO 3.44

Determinada empresa conseguiu um empréstimo com as seguintes condições:

- Capital emprestado: €85.500;
- Taxa de juro efetiva trimestral: 2%;
- Prazo: 5 anos;
- Os pagamentos serão realizados através de uma renda trimestral imediata e postecipada, onde os pagamentos são constantes ao longo de cada trimestre, crescendo anualmente €50.
- Existe um valor residual de €750 a entregar no final do prazo.

- a) Calcule o valor nominal do 10.º pagamento. **[€5.205,93]**
- b) Qual o valor da parcela de juro incluída no pagamento a entregar no final do 10.º trimestre?
[€1.041,27]

EXERCÍCIO 3.45

Uma empresa solicitou um empréstimo, à taxa de juro anual efetiva de 15%, comprometendo-se ao pagamento de 40 prestações anuais normais de capital e juro, de €20.000 cada.

- a) Determine o juro a pagar no final do 23.º ano. **[€18.383,90]**

EXERCÍCIO 3.46

Um empréstimo de €320.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo do empréstimo: 240 meses.
- Taxa de juro mensal efetiva de 0,8%.
- Nos primeiros 7 anos: Serviço de dívida variável, com parcelas de reembolso de capital a crescer mensalmente €10.
- Nos 7 anos seguintes: Serviço de dívida constante.
- Últimos 6 anos: Serviço de dívida variável, com parcelas de reembolso constantes.
- O capital em dívida no final do 101.º mês é de €267.273,39.
- A parcela de reembolso incluída no 60.º pagamento é igual à parcela de reembolso incluída no 120.º pagamento.

Calcule, considerando uma taxa de avaliação mensal de 1%:

- a) A plena propriedade no fim do 100.º mês. **[€237.267,84]**

EXERCÍCIO 3.47

Relativamente a um empréstimo são conhecidas as seguintes informações:

- Prazo do empréstimo: 10 anos;
- Taxa de juro nominal anual com capitalizações semestrais: 16%;
- Pagamentos semestrais e postecipados, constantes ao longo de cada ano, crescendo anualmente €250;
- Juro incluído no último pagamento: €596,365.

- a) Determine o capital que foi inicialmente emprestado. **[€65.000,55]**
- b) Suponha que após o pagamento do 3.º semestre, a taxa foi alterada para 7,2% (efetiva semestral). Justifique com cálculos a alteração que teria de ocorrer neste momento, de forma a manter o valor e o número de semestralidades iniciais. **[Reforço de capital de €3.695,80]**

EXERCÍCIO 3.48

Um empréstimo de €600.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo do empréstimo: 240 meses (20 anos).
- Taxa de juro mensal efetiva de 1%.
- 14 anos iniciais: Serviço de dívida mensal variável postecipado, com parcelas de reembolso constantes.
- 6 anos seguintes: Serviço de dívida mensal constante postecipado.
- O valor do juro incluído na 191.ª mensalidade é de €2.023,01.

- a) Admitindo uma taxa de avaliação mensal de 5%, calcule a plena propriedade no final do 9.º ano. **[€109.621,65]**

EXERCÍCIO 3.49

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida mensal normal: variável com parcelas de reembolso a decrescerem mensalmente €10 (nos primeiros 10 anos) e variável com parcelas de reembolso a decrescerem mensalmente 1% (nos 10 anos seguintes). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€3.000) é igual ao valor da 121.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva: 0,8%. Taxa de avaliação mensal efetiva 2%.

- a) Capital em dívida após o pagamento da 60.ª mensalidade? **[€336.485,88]**

EXERCÍCIO 3.50

Uma empresa contraiu um empréstimo no montante de €450.000. Este empréstimo foi contratado para um prazo de 8 anos, com uma taxa de juro nominal anual de 8%, com capitalizações trimestrais, efetuando-se o serviço da dívida nas seguintes condições:

- Pagamento de uma renda trimestral de €9.000, durante os primeiros 4 anos do empréstimo, vencendo-se o primeiro termo um trimestre após a data do contrato;
- Pagamento de 16 trimestralidades de termos variáveis, com parcelas de reembolso constantes, a ter início 17 trimestres após se ter contraído o empréstimo.

Calcule, imediatamente após o pagamento da 8.^a trimestralidade e sabendo que a avaliação efetuada considerou uma taxa anual efetiva de 10%, o valor da:

a) Plena propriedade. **[€425.357,71]**

EXERCÍCIO 4.01



Aplicação de €10.000 em Janeiro de N. O valor acumulado da aplicação em Janeiro de N+3 era de €12.250,43. As taxas de inflação anuais nos 3 anos da aplicação foram 5%; 4% e 3,5%, respetivamente.

- a) Qual o valor acumulado desta aplicação a preços de Janeiro de N? [**€10.838,98**]

EXERCÍCIO 4.02



Empréstimo de €15.000, por um prazo de 18 meses. O credor reteve para despesas de abertura do processo €250 e ficou acordado que receberá no fim do prazo a quantia de €18.000 para pagamento do capital e dos juros.

- a) Qual a taxa de custo efetiva anual deste financiamento? [**14,197%**]

EXERCÍCIO 4.03



Aplicação de €5.000. Taxa de juro anual nominal (a preços correntes) nula. Prazo: 2 anos. Taxa de inflação média anual -4,234%.

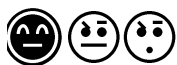
- a) Determine o valor acumulado real. [**€5.451,89**]

EXERCÍCIO 4.04



Uma pessoa concedeu um empréstimo a um amigo no valor de €35.000 pelo prazo de 2 anos, sendo os juros adicionados ao capital em dívida todos os trimestres a uma taxa de juro anual efetiva de 12%.

- a) Sabendo que as taxas de inflação foram de 0,2% no primeiro ano e de -0,5% no segundo ano, qual o valor real dos juros acumulados no fim do prazo. [**€9.036,55**]

EXERCÍCIO 4.05

Foram apresentadas a desconto quatro letras de igual valor nominal, com os seguintes vencimentos (em dias) e prémios de desconto (juros e outros encargos) cobrados pelo Banco.

Letra	Vencimento	Prémios de desconto
1. ^a	94	€65,97
2. ^a	186	€130,53
3. ^a	275	€192,99
4. ^a	367	€257,55

- a) Sabendo que a taxa de custo efetiva anual da operação é de 31,746%, determine o valor nominal de cada letra. **[€1.028,20]**

EXERCÍCIO 4.06

Uma empresa possui uma letra em carteira de valor nominal €15.000 com vencimento a 9 meses. Sabendo que a letra foi descontada no Banco A à taxa anual de 10% (desconto por fora) quando faltavam 8 meses para o seu vencimento:

- a) Determine o valor do desconto. **[€1.000]**
- b) Calcule a taxa de custo anual efetiva do desconto considerando que, para além do juro, foram ainda pagos outros encargos antecipados no valor de €500. **[17,121%]**

EXERCÍCIO 4.07

Considere um empréstimo dividido em duas parcelas nas seguintes condições:

- 1.^a parcela de €35.000 hoje.
- 2.^a parcela dentro de um ano.
- Despesas de 2% a deduzir ao valor de cada parcela.
- Serviço de dívida em duas prestações (capital e juros) no valor de €27.000 e €32.000, a vencerem daqui a dois e três anos, respetivamente.

- a) Sabendo que a taxa de custo efetivo anual é de 14,7956%, calcule o valor nominal da segunda parcela. **[€8.600,02]**

EXERCÍCIO 4.08

Uma aplicação de €10.000 em RJC durante um prazo de 3 anos resultou em €10.999,229 líquidos de impostos (com uma taxa de retenção de imposto de 25% e vencimento semestral dos juros).

- a) Calcule a taxa de juro anual efetiva líquida. **[3,226%]**
- b) Calcule a taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações semestrais). **[4,267%]**
- c) Calcule o valor dos encargos antecipados (a pagar no início da aplicação), considerando que a taxa de rentabilidade anual efetiva antes de impostos é de 3,5%. **[€237,27]**

EXERCÍCIO 4.09

Determinada empresa descontou um título de €25.000 com vencimento a 105 dias pelo desconto por fora à taxa anual de 7,8%, suportando ainda no momento do desconto encargos no montante de €450.

- a) Qual o valor do desconto (não considerando os encargos)? **[€560,96]**
- b) Qual a taxa de custo efetiva anual? **[€15,43%]**

EXERCÍCIO 4.10

Aplicação de €5.000. Taxa de juro anual efetiva nominal (a preços correntes) nula. Prazo: 2 anos. Valor acumulado real €5.450.

- a) Determine a taxa de inflação média anual. **[-4,217%]**

EXERCÍCIO 4.11

Taxa de juro anual bruta efetiva 5%. Taxa de retenção de imposto 25%. Vencimento trimestral dos juros.

- a) Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[€3,733%]**

EXERCÍCIO 4.12

Empréstimo a receber em 2 partes: €3.000 de imediato e €4.000 daqui a 1 ano. Pagamento de €7.000 daqui a 2 anos. Taxa de custo efetiva anual de 7%.

- a) Determine o valor dos encargos postecipados. **[€714,70]**

EXERCÍCIO 4.13

Juro líquido trimestral de €25. Taxa de juro anual bruta efetiva 6%. Taxa de retenção de imposto 25%. Vencimento trimestral dos juros. Pagamento do juro no vencimento.

- a) Qual é o valor da aplicação? **[€2.271,62]**

EXERCÍCIO 4.14

Empréstimo a receber em 2 partes: €5.000 de imediato e €4.300 daqui a 1 ano. Pagamento de €11.900 daqui a 10 anos. Pagamento de encargos constantes no fim de cada ano. Taxa de custo efetiva anual de 7,2%.

- a) Determine o valor nominal dos encargos. **[€441,69]**

EXERCÍCIO 4.15

Aplicação de €8.000. Prazo: 2 anos. Taxas de juro anuais efetivas nominais (a preços correntes) de 4% no 1.º ano e 2,5% no 2.º ano. Taxas de inflação anuais de 6,6% no 1.º ano e 0% no 2.º ano.

- a) Determine o valor acumulado real (a preços constantes)? **[€8.000]**

EXERCÍCIO 4.16

Empréstimo a receber em 2 partes: €12.000 de imediato e €9.000 daqui a 2 anos. Pagamento de capital e juros daqui a 12 anos. Pagamento de encargos constantes no valor de €100 no início de cada ano. Taxa de custo efetiva anual de 9,2%.

- a) Qual o valor a pagar no final do prazo? **[€53.977,33]**

EXERCÍCIO 4.17

Aplicação em regime de retenção de juro sem capitalização dos mesmos, no valor de €5.000. Juro líquido quadrimestral de €20. Taxa de retenção de imposto 25%.

- a) Determine a taxa de juro anual bruta efetiva. **[1,602%]**

EXERCÍCIO 4.18

Aplicação de €28.000. Vencimento quadrimestral dos juros. Prazo: 2 anos. Recebimento acumulado líquido de impostos €30.000. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%.

- a) Qual é a taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações quadrimestrais)? **[4,626%]**

EXERCÍCIO 4.19

Empréstimo de €60.000. Vencimento anual do juro. Taxas de juro anuais efetivas nominais (a preços correntes) 4,5% (no 1.º ano) e 5% (no 2.º ano). Prazo: 2 anos. Taxa de inflação média anual 2,75%.

- a) Determine o juro acumulado (a preços constantes)? **[€2.358,14]**

EXERCÍCIO 4.20

Empréstimo no valor de €200.000. Pagamentos imediatos, normais e constantes (de capital e juros) de 2 em 2 anos no valor de €45.000. Prazo: 16 anos. Pagamentos de despesas constantes no fim de cada ano. Taxa de custo efetivo anual de 10%.

- a) Qual o valor nominal das despesas anuais? **[€4.134,75]**

EXERCÍCIO 4.21

Empréstimo no valor de €40.000. Prazo: 6 anos. Serviço de dívida (capital e juros) de uma só vez no fim do prazo. Taxas de juro quadrimestrais efetivas: 3,5% (nos primeiros 4 anos) e 2,5% (nos restantes). Oferta de um computador ao devedor no momento do contrato. Despesas de gestão do crédito quadrimestrais normais de €50. Taxa de custo efetivo quadrimestral 3%.

- a) Valor do juro a pagar no final do prazo? **[€30.095,06]**
b) Valor atual do computador? **[€1.861,13]**

EXERCÍCIO 4.22

Depósito inicial €35.000. Levantamento de €11.000 no final do 2.º ano. Reforço de capital de €21.500 no fim do 2.º trimestre do 4.º ano. Prazo: 7 anos. Taxas de juro efetivas brutas trimestrais de 3% (nos primeiros 3

anos) e 4% (nos restantes). Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Vencimento trimestral de juro. Recebimento do juro líquido no vencimento.

- Valor do juro vencido no final do 3.º ano? **[€720]**
- Valor do imposto retido na fonte no final do 14.º trimestre? **[€240]**
- Valor a receber no final do prazo? **[€46.865]**

EXERCÍCIO 4.23



Aplicação de €22.000. Taxa de juro mensal bruta efetiva de 1,2%. Vencimento mensal do juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento de 60% do juro líquido no vencimento. Prazo: 4 anos.

- Valor do juro vencido no final do 5.º mês do 4.º ano? **[€304,81]**
- Valor a receber no final do 5.º mês do 4.º ano? **[€137,16]**

EXERCÍCIO 4.24



Uma empresa vendedora de mobiliário realizou uma campanha publicitária que referia um pagamento de 12 mensalidades constantes normais, sem juros. O Sr. MF adquiriu um sofá nas seguintes condições:

- Valor de aquisição €600;
- Pagamento de €50, na data de aquisição do sofá, relativos a despesas de abertura do processo;

- Sabendo que a taxa de custo efetivo anual de mercado para este tipo de créditos é de 15%, acha que o Sr. MF deveria aceitar o crédito proposto pelo vendedor? **[Não]**

EXERCÍCIO 4.25



Considere uma aplicação de €12.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro nominal anual bruta de 12%, com capitalizações trimestrais.
- Vencimento trimestral de juros.
- Taxa de retenção de imposto sobre o rendimento de 25%.

- Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[9,308%]**
- Calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de rentabilidade anual efetiva depois de impostos é de 9,27451%. **[€14,86]**
- Admitindo as taxas de inflação anuais de 3% para os dois anos iniciais, e 3,6% para os dois anos restantes, calcule o valor acumulado líquido da aplicação em termos reais. **[€15.045,28]**

EXERCÍCIO 4.26

Aplicação de €18.000. Prazo: 3 anos. Taxa de juro real média anual de 4%. Taxas de inflação anuais de 3,4% no 1.º ano, 3,8% no 2.º ano e 2,9% no 3.º ano.

- a) Valor acumulado a preços correntes? **[€22.361,75]**

EXERCÍCIO 4.27

Determinada empresa descontou um título de €28.000 com vencimento a 435 dias pelo desconto por dentro e obteve uma taxa de juro anual efetiva de 9,0616%.

- a) Calcule a taxa de juro semestral contratada? **[4,569%]**
b) Admitindo que foram pagos encargos antecipados no valor de €455 determine a taxa de custo efetivo anual da operação? **[10,738%]**

EXERCÍCIO 4.28

Foram depositados €5.000 durante 2 anos, tendo-se verificado durante esse período as taxas de inflação de 4,5% no 1.º ano e de 4% no 2.º ano. Sabe-se que o valor acumulado real obtido foi de €5.416,02.

- a) Qual a taxa de juro efetiva nominal anual deste depósito? **[€8,5%]**

EXERCÍCIO 4.29

Uma pessoa festeja no dia de hoje o aniversário dos seus três filhos que fazem 15, 13 e 6 anos. Como presente de aniversário decidiu fazer uma aplicação em regime de juro composto (com vencimento mensal de juros), de forma que cada um deles receba exatamente €20.000 no dia do seu 20.º aniversário.

- a) Sabendo que ele tenciona fazer dois depósitos de igual valor, hoje e daqui a 4 anos, que o banco lhe garante uma taxa nominal anual bruta de 12% com capitalizações mensais e que a taxa de retenção de imposto é de 25%, calcule o valor de cada depósito. **[€17.161,47]**

EXERCÍCIO 4.30

Empréstimo no valor de €180.000. Prazo: 2 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxas de juro trimestrais efetivas: 1,9% no 1.º ano e 2,3% no 2.º ano. Encargos no final do prazo €200. Sabe-se também que a taxa de custo anual efetivo real é (-) 1,5%.

- a) Valor do juro a pagar? **[€27.569,02]**
- b) Taxa de inflação média anual? **[10,384%]**

EXERCÍCIO 4.31

Uma aplicação no valor de €5.000 foi contraída nas seguintes condições:

- Prazo: 2 anos.
- Taxas de juro anuais efetivas: 1,2% no 1.º ano, e 1,7% no 2.º ano.
- Taxa de inflação média anual de 2%.
- Retenção na fonte à taxa de 25%
- Encargos antecipados de €125 e postecipados de €350.
- Vencimento anual dos juros.

- a) Calcule a taxa de rentabilidade real líquida efetiva anual. **[-5,523%]**

EXERCÍCIO 4.32

Empréstimo no valor de €25.000. Pagamento de capital e juros daqui a 9 anos. Encargos antecipados de €100 e encargos postecipados de €200. Taxa de custo efetiva anual de 9,2%.

- a) Determine a taxa de juro efetiva anual. **[9,107%]**

EXERCÍCIO 4.33

Um empréstimo no valor de €5.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo: 2 anos.
- Taxas de juro anuais efetivas: 1,2% no 1.º ano, e 1,7% no 2.º ano.
- Taxas de inflação média anual de 2,75%.
- Pagamento do juro e devolução do empréstimo no final do prazo.

- a) Sabendo que a taxa de custo efetiva anual real é nula, calcule o valor dos encargos antecipados. **[€125,75]**

EXERCÍCIO 4.34

Depósito de €8.500. Reforço de capital de €2.500 no final do 2.º ano. Levantamento de capital de €1.500 no fim do 1.º trimestre do 4.º ano. Prazo 6 anos. Taxa de juro bruta efetiva anual: 3,8%. Taxa de retenção de imposto sobre o rendimento: 25%. Vencimento trimestral de juro.

- a) Qual é o valor acumulado no final do prazo? **[€11.231,47]**

EXERCÍCIO 4.35

Desconto por fora de um título de valor nominal €16.800 com vencimento a 95 dias. Taxa anual contratada 6,4%. Outros encargos antecipados (para além do juro) €275.

- a) Taxa de juro efetiva trimestral? **[€1,627%]**
b) Taxa de custo efetiva anual? **[13,773]**

EXERCÍCIO 4.36

Empréstimo às taxas de juro efetivas mensais de 0,5% (no primeiro ano) e 0,8% (nos seguintes). Pagamento de capital e juros daqui a 3 anos. Encargos antecipados de 5% do valor do empréstimo. Encargos postecipados de 3% do valor final a pagar (capital e juros). Taxas de inflação anuais de 2,35% (nos primeiros 2 anos) e 3,15% (no 3.º ano).

- a) Taxa de juro anual efetiva real? **[5,958%]**
b) Taxa de custo mensal efetiva nominal? **[0,926%]**

EXERCÍCIO 4.37

Considere uma aplicação de €25.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro nominal anual bruta de 14%, com capitalizações trimestrais.
- Vencimento trimestral de juros.
- Taxa de retenção do imposto sobre o rendimento 25%.

- a) Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[10,921%]**
b) Admitindo taxas de inflação anuais de 4% para os dois anos iniciais, e 3,8% para os dois anos restantes, determine a taxa de juro real líquida média anual da aplicação. **[6,757%]**
c) Admitindo as taxas de inflação da alínea anterior, calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de rentabilidade anual real efetiva depois de impostos é de 6,5%. **[€242,42]**

EXERCÍCIO 4.38

Considere um empréstimo de €30.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro anual nominal de 12%, com capitalizações de 4 em 4 anos.
- Pagamento de capital e juros no fim do prazo do empréstimo.

- Determine a taxa de juro anual efetiva. **[10,297%]**
- Admitindo as taxas de inflação anuais de 3,1%, 2,7%, 1,9% e 4%, respetivamente do 1.º ao 4.º ano, determine a taxa de juro anual efetiva real média do empréstimo. **[7,166%]**
- Admitindo as taxas de inflação da alínea anterior, calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de custo anual real efetiva é de 7,8%. **[€699,75]**

EXERCÍCIO 4.39

Considere uma aplicação com as seguintes características:

- Prazo: 3 anos.
- Taxa de juro efetiva anual: 3,75%.
- Vencimento anual de juros.
- Retenção na fonte de imposto sobre o rendimento à taxa de 25%.
- Comissão de subscrição: 0,2% do valor inicial da aplicação.
- Comissão de resgate: 0,25% do valor líquido a reembolsar no final do prazo.

- Determine a taxa de rentabilidade anual efetiva líquida. **[2,658%]**

EXERCÍCIO 4.40

Aplicação à taxa de juro real anual de 2,5%. Prazo: 4 anos. Encargos antecipados de 0,3% do valor da aplicação. Encargos postecipados de 0,75% do valor acumulado da aplicação.

- Qual é a taxa de rentabilidade anual efetiva real? **[€2,231%]**

EXERCÍCIO 4.41

Empréstimo à taxa de juro efetiva anual de 2,5%. Prazo: 4 anos. Encargos antecipados de 0,3% do valor inicial do empréstimo. Encargos postecipados de 0,75% do valor final a reembolsar.

- Qual é a taxa de custo anual efetiva? **[2,769%]**

EXERCÍCIO 4.42

Aplicação à taxa de juro efetiva anual contratada de 3%. Vencimento anual de juros. Taxa de retenção de imposto de 25%. Encargos antecipados de 0,5% sobre o valor da aplicação. Taxa de inflação anual de 1,25%. Prazo de 1 ano.

- a) Qual é a taxa de rentabilidade anual efetiva líquida real? **[0,485%]**

EXERCÍCIO 4.43

Empréstimo à taxa de juro efetiva anual contratada de 3%. Prazo 5 anos. Encargos antecipados de 0,5% sobre o valor do empréstimo. Encargos postecipados de 0,4% sobre o valor final a reembolsar. Taxa de inflação média anual de 1,25%.

- a) Qual é a taxa de custo anual efetiva real? **[1,912%]**

EXERCÍCIO 4.44

Aplicação à taxa de juro efetiva anual de 4,5%. Prazo: 5 anos. Comissão de subscrição 0,5% do valor inicial da aplicação. Comissão de resgate 2% do valor final a receber.

- a) Determine a taxa de rentabilidade efetiva anual. **[3,975%]**

EXERCÍCIO 4.45

Depósito inicial de €32.000. Reforço de capital de €8.000 no fim do 3.º ano. Taxas de juro mensais brutas efetivas 0,4% (nos primeiros 4 anos) e 0,9% (nos restantes). Vencimento mensal do juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento de 35% do juro líquido no vencimento. Prazo 7 anos.

- a) Valor do juro e do imposto retido no fim do 5.º ano? **[€409,17; €102,29]**
b) Valor a receber no fim do prazo? **[€50.841,04]**

EXERCÍCIO 4.46

Aplicação de €35.000. Taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações trimestrais) 6%. Vencimento trimestral de juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento do juro líquido no vencimento (nos primeiros 2 anos) e recebimento de 60% do juro líquido no vencimento (nos anos seguintes).

- a) Valor do recebimento no final do 7.º trimestre? **[€393,75]**
- b) Valor do recebimento e valor do imposto retido na fonte no final do 19.º trimestre? **[€247,10; €137,28]**
- c) Taxa de juro anual efetiva líquida da aplicação? **[4,577%]**

EXERCÍCIO 4.47

Desconto por dentro no Banco A de um título de valor nominal €308.700 com vencimento a 4 meses. Taxas de juro anuais contratadas de 6% (no 1.º mês) e 9,6% (nos 3 meses seguintes). Despesas antecipadas (para além do juro) no Banco A 0,8% do valor nominal do título. A taxa de custo efetivo anual no Banco B é 10%.

- a) Taxa de juro média mensal contratada (Banco A)? **[0,725%]**
- b) Taxa de juro efetiva quadrimestral (Banco A)? **[2,9%]**
- c) Taxa de desconto efetiva anual (Banco A)? **[8,219%]**
- d) Qual é a melhor opção de financiamento? **[Banco B]**

EXERCÍCIO 4.48

Empréstimo de €200.000. Serviço de dívida (capital e juros) semestral, imediato, constante e normal. Prazo: 15 anos. Taxa de juro semestral efetiva: 5,4%. Custos de transação: comissões a pagar no início do prazo no valor de €5.000 e outras despesas que crescem anualmente 1% a pagar no fim de cada ano. Sabe-se ainda que a taxa de custo efetivo anual é 12,36%.

- a) Valor da semestralidade constante? **[€13.609,46]**
- b) Capital em dívida logo após o pagamento da 16.ª semestralidade? **[€131.334,99]**
- c) Valor das despesas a pagar no fim do 1.º ano? **[€1.091,79]**

EXERCÍCIO 4.49

Aplicação de €25.000. Taxas de juro brutas: 12% nominal anual com capitalizações trimestrais (nos primeiros 6 anos) e 2% efetiva para 1,5 meses (nos restantes). Prazo: 12 anos. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Vencimento trimestral de juros.

- a) Valor do juro vencido no final do último trimestre do 10.º ano? **[€2.695,85]**
- b) Valor do imposto retido na fonte no final do último trimestre do 10.º ano? **[€673,96]**

EXERCÍCIO 4.50

Determinada instituição de crédito praticava em N as seguintes condições de crédito à habitação:

- Taxa de juro anual efetiva: 21%
 - Pagamentos mensais
 - Prazo do empréstimo: 20 anos
 - Serviço de empréstimo: Prestações mensais constantes durante cada ano, crescendo anualmente e durante 10 anos ao ritmo anual de 10,5% após o que se mantêm constantes (os valores do 11.º ano ainda cresceram relativamente aos do 10.º ano).
- a) Sabendo que a taxa de inflação anual durante a vida do empréstimo é de 10,5%, determine o capital em dívida no final do 15.º ano a preços de N, por cada €1.000. **[€242,73]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Pereira efetuou um depósito de €42.000, com um prazo de 10 anos e as seguintes características:
 - Vencimento mensal de juro;
 - Taxas de juro:
 - efetiva semestral de 4,3% (primeiros 4 anos);
 - anual nominal de 5,7%, com quatro capitalizações no período da taxa (3 anos seguintes);
 - semestral nominal de 3%, com capitalizações trimestrais (no prazo restante);
 - Recebimento integral do juro mensal no vencimento (no primeiro ano);
 - Recebimento de 45% do juro mensal no vencimento (nos 4 anos seguintes);
 - Recebimento de 70% do juro mensal no vencimento (no prazo restante).
 - a) Calcule o valor recebido pelo investidor no final do 7.º mês do 5.º ano. **[€104,30]**
 - b) Calcule o valor acumulado do depósito no final do 8.º ano. **[€52.451,90]**
 - c) Suponha agora que o Sr. Pereira pretende efetuar um levantamento suplementar (além do juro) no final do 5.º ano. Quanto deve levantar de modo a receber €42.000 no final do prazo? **[€11.458,58]**
2. Considere hoje um desconto de um título de crédito de valor nominal €54.000 com vencimento a 30 meses. Calcule as alíneas seguintes de forma independente:
 - a) Supondo uma taxa de desconto anual efetiva de 4,8%, qual seria o valor do desconto referente ao 1.º ano da operação financeira? **[€2.407,63]**
 - b) Admitindo o desconto por fora e uma taxa trimestral contratada de 3,3%, qual seria a taxa de juro nominal semestral com capitalizações mensais? **[8,063%]**
 - c) Suponha que no Banco A é aplicado o desconto por dentro com uma taxa trimestral contratada de 4% (primeiros 12 meses) e 3% (restantes 18 meses). No Banco B é aplicada uma taxa de juro quadrimestral efetiva de 3,5%. Na perspetiva do detentor do título, em que banco deve proceder ao desconto? **[No Banco B]**
 - d) Admita a taxa de juro anual efetiva de 2%. O detentor do título recebe duas prestações: a 1.ª a 6 meses e a 2.ª a 24 meses. O valor da 2.ª prestação é inferior ao da 1.ª em 30%. Qual o valor de cada prestação? **[€30.903,67; €21.632,57]**
3. O Sr. Bento abriu uma conta e fez um depósito bancário de €16.500, a 24 meses. A taxa de juro efetiva mensal é de 1%. Sabe-se ainda que no final do mês em que a conta atingiu os €19.000 o Sr. Bento fez uma entrega suplementar para “acertar”, nessa data, o valor acumulado do depósito para €20.000.
 - a) Qual o valor do depósito suplementar? **[€844,01]**
 - b) Qual deveria ser a taxa de juro trimestral efetiva para para que o Sr. Bento pudesse obter o mesmo valor acumulado no final do prazo, sem ter que efetuar nenhum depósito adicional? **[3,587%]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Alves efetuou uma aplicação de €240.000, com um prazo de 10 anos e as seguintes características:
- Taxa de juro anual nominal com capitalizações trimestrais de 3% (primeiros 4 anos) e taxa de juro semestral nominal com capitalizações mensais de 2% (últimos seis anos);
 - Vencimento mensal do juro;
 - Capitalização integral do juro mensal no vencimento (no primeiro ano);
 - Recebimento integral do juro mensal no vencimento (nos 2 anos seguintes);
 - Capitalização de 20% do juro mensal no vencimento (nos 7 anos seguintes).

Foi ainda efetuado um depósito suplementar de €30.000, no final do 8.º ano.

- a) Qual o valor do recebimento no final do 4.º mês do 5.º ano? **[€664,70]**
- b) Determine o valor da aplicação no final do prazo. **[€292.253,71]**
- c) Durante os primeiros 6 anos, qual o mês em que o Sr. Alves tem o maior recebimento? Justifique e indique o valor. **[72.º mês, €673,62]**
2. Considere hoje um desconto de um título de crédito de valor nominal €54.000 com vencimento a 25 meses. Calcule as seguintes alíneas de forma independente:
- a) Considerando uma taxa de desconto trimestral efetiva de 1,3%, qual seria a taxa efetiva anual da operação financeira? **[5,373%]**
- b) Considerando uma taxa de juro quadrimestral efetiva de 2,3%, qual seria o valor do desconto referente ao 2.º ano da operação? **[€3.540,77]**
- c) Admitindo o desconto por fora e uma taxa mensal contratada de 1,2%, qual seria taxa de juro trimestral nominal (com capitalizações mensais) dos últimos 6 meses? **[3,760%]**
- d) Admitindo que o Banco A aplica o desconto por dentro com uma taxa bimestral contratada de 2,2% e sabendo que no Banco B é aplicada uma taxa de desconto mensal efetiva de 1%? Na perspetiva do detentor do título, em que banco deve proceder ao desconto? **[Banco A]**
3. O Sr. Costa fez hoje a 1.ª entrega ao Banco no valor de €29.000 para uma aplicação a 8 anos. Os juros da aplicação vencem-se mensalmente com as seguintes taxas de juro:
- Nos primeiros 2 anos a taxa de juro anual efetiva é de 2%;
 - Nos 3 anos seguintes a taxa de juro anual efetiva é de 3%;
 - Nos anos restantes a taxa de juro anual efetiva é de 4%.

Na aplicação podem ser feitos levantamentos ou entregas durante os 8 anos e sabe-se que o Sr. Costa pretende fazer uma 2.ª entrega no valor de €10.000.

- a) Será possível a aplicação atingir no final do prazo um valor acumulado de €48.900? Justifique e, em caso afirmativo, indique a data em que deve ser feita a 2.ª entrega. **[Sim, 1,66 anos antes da mudança para a última taxa]**
- b) Será possível a aplicação atingir no final do prazo um valor acumulado de €50.000? Justifique e, em caso afirmativo, indique a data em que deve ser feita a 2.ª entrega. **[Não]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Acácio efetuou um depósito de €73.000, com um prazo de 9 anos e as seguintes características:
 - Vencimento mensal de juro;
 - Taxas de juro:
 - ❖ efetiva semestral de 3% (primeiros 2 anos);
 - ❖ anual nominal de 6,6%, com três capitalizações no período da taxa (3 anos seguintes);
 - ❖ trimestral nominal de 2%, com capitalizações mensais (no prazo restante);
 - Capitalização integral do juro mensal no vencimento (no primeiro ano);
 - Recebimento de 60% do juro mensal no vencimento (nos 5 anos seguintes);
 - Recebimento integral do juro mensal no vencimento (no prazo restante).
 - a) Calcule o valor recebido pelo investidor no final do 5.º mês do 3.º ano. **[€261,84]**
 - b) Calcule o valor acumulado do depósito no final do 6.º ano. **[€88.560,48]**
 - c) Calcule o valor acumulado no final do prazo. **[€89.150,89]**
 - d) Considere agora um levantamento suplementar de €10.000 no final do 5.º ano e um depósito suplementar de €15.000 no final do 8.º ano. Neste caso, qual seria o valor acumulado no final do prazo? **[€93.857,32]**
2. Considere o desconto de um título de crédito de valor nominal €41.000 com vencimento a 27 meses. Calcule as alíneas seguintes de forma independente:
 - a) Admita a taxa de juro anual efetiva de 3% (primeiros 12 meses) e de 2% (nos restantes meses). Qual será o valor recebido se o título for descontado 2 anos antes do vencimento? **[€39.120,62]**
 - b) Suponha que é aplicado o desconto por dentro com uma taxa trimestral contratada de 4%. Qual é o valor do desconto para o 2.º semestre da operação financeira? **[€2.411,76]**
 - c) Quando faltavam 10 meses para o vencimento do título e aplicando uma taxa de desconto anual efetiva fixa, o Sr. Pinto teria recebido um valor de €38.750 no Banco A. Como, na altura, não necessitava do dinheiro resolveu não fazer o desconto. Porém, passados 3 meses, decidiu efetuar o desconto. Sabendo que o Banco A não alterou as condições para o desconto do título, quanto recebeu o Sr. Pinto? **[€39.411,72]**
 - d) Considere que é aplicado o desconto por fora. O detentor do título receberia mais €5.000 se esperasse um ano para fazer o desconto (em vez de fazer o desconto hoje). Qual o valor que receberia hoje? **[€29.750]**
3. O Sr. Castro pretende fazer uma aplicação financeira a 6 anos, no Banco C. A taxa de juro efetiva anual é de:
 - 3% durante o período em que o valor da aplicação é inferior a €5.000;
 - 4% durante o período em que o valor da aplicação é igual ou superior €5.000.
 - a) Se forem aplicados €4.500, qual a taxa de juro efetiva única anual obtida nos 6 anos da aplicação? **[3,405%]**

- Data: 2022-04-22
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Banco A financia a aquisição de um bem, no valor de €120.000, nas seguintes condições:
 - Taxas de juro mensais efetivas: 0,9% (primeiros 5 anos, a partir do início do contrato) e 1,20% (no restante prazo);
 - Pagamentos mensais constantes com o primeiro pagamento a vencer-se 12 meses após a aquisição;
 - Prazo a definir.
 - a) Suponha que o prazo do empréstimo é de 20 anos (a partir do início do contrato). Qual é o valor nominal de cada pagamento? **[€1.523,43]**
 - b) Considerando ainda o prazo de 20 anos para o empréstimo, qual é o capital em dívida ao fim de 4 anos? **[€117.948,12]**
 - c) Admita agora um empréstimo perpétuo. Qual seria o valor nominal de cada pagamento? **[€1.420,86]**
2. Para melhor controlar os recebimentos/pagamentos relativos a um imóvel que tem arrendado, o Sr. F abriu hoje uma conta bancária no Banco C para:
 - depositar mensalmente os €800 que recebe do arrendamento (o primeiro depósito foi efetuado hoje, no momento da abertura da conta);
 - retirar anualmente da conta o valor de €1.200, para pagamento de várias despesas com o imóvel (o primeiro levantamento será efetuado 1 ano após a abertura da conta).
 - A taxa de juro anual efetiva é de 2%.
 - a) Qual o valor do depósito ao fim de 10 anos? **[€93.912,98]**
 - b) Suponha agora que:
 - o valor dos depósitos mensais se mantém constante, mas terá um aumento anual de 2% (permanecendo os primeiros depósitos iguais a €800); e que
 - o valor dos levantamentos anuais terá um aumento anual de 1% (permanecendo o primeiro levantamento igual a €1.200).

Neste caso, qual o valor da conta ao fim de 10 anos? **[€103.218,54]**
3. Considere um empréstimo, a 60 meses, concedido pelo Banco J, com taxa de juro mensal efetiva de 2% e com pagamentos mensais e normais. Sabe-se, ainda, que se os pagamentos mensais forem constantes, o capital em dívida após um ano é €10.000.
 - a) Se os pagamentos aumentarem mensalmente €3%, qual é o valor em dívida passado um ano? **[€12.129,01]**
 - b) Se os pagamentos aumentarem mensalmente €10, qual é o valor do último pagamento? **[€679,06]**
 - c) Suponha, ainda, que para o mesmo empréstimo, o cliente propunha ao Banco J que os pagamentos aumentassem mensalmente €30. Poderia ser aceite esta proposta? Justifique. **[Não]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Um empréstimo de €100.000 foi contratado nas seguintes condições:
 - 60 pagamentos mensais com crescimento mensal de 0,5%, vencendo-se o primeiro deles 3 meses após a data do contrato;
 - Taxa de juro anual efetiva de 14% (primeiros 3 anos);
 - Taxa de juro mensal efetiva de 0,5% (prazo restante).
 - a) Qual o valor do 1.º pagamento? [**€1.977,22**]
 - b) Qual o valor em dívida no final do 4.º ano? [**€34.646,22**]
 - c) Suponha agora que no momento do contrato foram apenas recebidos €60.000 e que se receberam os restantes €40.000 passados 2 anos. Mantendo as datas dos pagamentos mensais e o crescimento mensal de 0,5%, determine o valor em dívida no final do 1.º ano. [**€49.116,38**]
2. Um empréstimo de €300.000 foi contratado nas seguintes condições:
 - Pagamentos perpétuos mensais;
 - Pagamento suplementar de €40.000 no final do 2.º ano (além do pagamento mensal);
 - Taxa de juro anual efetiva: 8,5% (primeiros 5 anos) e 9,5% (no prazo restante).
 - a) Qual é o valor em dívida no final do 4.º ano se os pagamentos forem mensalmente constantes, imediatos e postecipados? [**€258.596,51**]
 - b) Suponha agora que os pagamentos eram mensais, postecipados e constantes, com um período de diferimento de 5 anos e um crescimento anual de €100 (mantendo-se o pagamento suplementar no final do 2.º ano). Qual seria o valor do 1.º pagamento? [**€1.984,02**]
3. No dia do nascimento da sua filha, um casal resolveu constituir uma conta-poupança no Banco A, com o objetivo de ajudar a pagar os estudos universitários. A conta foi constituída nos seguintes termos:
 - Depósitos mensais constantes de €50 até ao final do 18.º ano. O 1.º depósito é efetuado no momento de abertura da conta;
 - 18 depósitos anuais imediatos e postecipados (normais) com crescimento anual de 20€. O 1.º depósito, no valor de €400, é efetuado passado um ano;
 - Taxa de juro anual nominal de 3,2%, com capitalizações trimestrais;
 - Os pais pretendem que a filha efetue levantamentos mensais constantes, sendo o 1.º levantamento no final do 18.º ano.
 - Hoje, no final do 20.º ano (depois do levantamento) o saldo do depósito é €12.200.
 - a) Qual era o valor da conta no final do 10.º ano? [**€12.744,36**]
 - b) Qual foi o valor de cada levantamento constante? [**€678,69**]

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Um empréstimo foi contratado nas seguintes condições:
 - 7 recebimentos anuais constantes de €20.000, o primeiro deles na data do contrato;
 - 120 pagamentos mensais constantes, vencendo-se o primeiro deles 18 meses após a data do contrato;
 - Taxa de juro mensal efetiva de 1% (primeiros 5 anos);
 - Taxa de juro mensal efetiva de 1,2% (prazo restante).
 - a) Qual o valor de cada pagamento mensal? [**€1.763,36**]
 - b) Qual o valor em dívida imediatamente após o 3.º recebimento? [**€55.211,11**]
 - c) Suponha agora uma perpetuidade para os pagamentos mensais (em vez dos 120 pagamentos). Mantendo as taxas de juro, os recebimentos e o período de diferimento dos pagamentos, determine o valor em dívida no final do 10.º ano. [**€111.202,21**]
2. Aplicação financeira no Banco Jota com depósitos mensais. O 1.º depósito é feito no momento em que é constituída a aplicação. A taxa de juro trimestral efetiva é de 0,60% nos primeiros 6 anos e 0,90% no prazo restante. Calcule as alíneas seguintes de forma independente:
 - a) O 1.º depósito é igual a €50 e os depósitos aumentam mensalmente 8%. Qual o valor da aplicação no final do 8.º ano? [**€1.130.544,34**]
 - b) Os depósitos aumentam mensalmente €10 e o valor acumulado da aplicação no final do 5.º ano é de €50.000. Qual o valor da aplicação no final do 6.º ano? [**€65.072,88**]
 - c) O 1.º depósito é igual a €50. Os depósitos são mensalmente constantes e aumentam trimestralmente 0,60%. Qual o valor da aplicação imediatamente após o 74.º depósito? [**€4.275,54**]
3. A empresa Alfa consultou três Bancos para o financiamento, a 6 anos, da compra de uma máquina. Nas condições de cada um dos Bancos (para o mesmo valor de financiamento) obteve-se a seguinte informação:
 - Banco A – Um único pagamento de €120.000 no final do prazo;
 - Banco B – Pagamentos mensais, normais e constantes de €1.250 cada. Taxa de juro semestral efetiva de 8%;
 - Banco C – Pagamentos mensais e normais em progressão aritmética. O 1.º pagamento é igual a €870 e os acréscimos mensais são de €10.
 - a) Em que Banco deve a empresa Alfa pedir o empréstimo (seguindo a lógica meramente financeira)? Justifique. [**Banco A**]

- Data: 2022-05-16
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Empréstimo a 10 anos com um serviço de dívida imediato e postecipado (normal), mensal e variável em que:

- Nos primeiros 4 anos as parcelas de reembolso crescem mensalmente €10;
- Nos 6 anos seguintes as parcelas de reembolso são constantes;
- Taxa de juro efetiva mensal de 1%;
- O valor da 37.ª parcela de reembolso (m_{37}) é igual a €500;
- O juro incluído no 61.º pagamento (j_{61}) é igual a €760.

a) Qual foi o valor do empréstimo? [€109.200]

b) Preencha a linha do mapa de serviço de dívida correspondente ao 12.º mês. [$k=12$; $C_{11}=€107.110$; $j_{12}=€1.071,10$; $m_{12}=€250$; $P_{12}=€1.321,10$; $C_{12}=€106.860$]

2. Considere um empréstimo de €78.500 com serviço de dívida trimestral e as seguintes características:

- Carência de capital e juros no 1.º ano (período de diferimento);
- Carência de capital nos 2 anos seguintes (pagamento do juro vencido);
- Nos 4 anos seguintes, o serviço de dívida é constante;
- Nos restantes 5 anos é variável com parcelas de reembolso a crescer trimestralmente 2%;
- O valor do juro incluído no pagamento do último trimestre do 6.º ano é igual a €900;
- A taxa de juro mensal efetiva é 0,5%.

a) Preencha a linha do mapa de serviço de dívida correspondente ao 32.º trimestre. [$k=32$; $C_{31}=€41.604,17$; $j_{32}=€627,19$; $m_{32}=€2.078,95$; $P_{32}=€2.706,14$; $C_{32}=€39.525,21$]

b) Calcule o valor da plena propriedade no final do 46.º trimestre, considerando uma taxa de avaliação efetiva trimestral de 2,3%. [€5.586,56]

3. Considere um contrato para um empréstimo com as seguintes condições:

- 3 recebimentos mensais constantes (o 1.º a acontecer no momento do contrato);
- 120 pagamentos mensais constantes (o 1.º a efetuar 13 meses após o contrato);
- Do final do 3.º ano ao final do 4.º ano a dívida reduziu-se em €15.000;
- Taxa de juro anual efetiva de 3%.

a) Linha correspondente ao 1.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=1$; $C_1=€52.584,63$; $j_1=€129,69$; $m_1=-€129,69$; $P_1=€0$; $C_1=€52.714,32$]

b) Linha correspondente ao último mês do 8.º ano do mapa de serviço de dívida? [$k=96$; $C_{95}=€55.174,03$; $j_{96}=€136,07$; $m_{96}=€1.426,02$; $P_{96}=€1.562,10$; $C_{96}=€53.748,00$]

4. Empréstimo a pagar em 60 mensidades normais com parcelas de reembolso constantes. O valor do primeiro pagamento é o dobro do último.

a) Qual é a taxa de juro efetiva mensal do empréstimo? [1,724%]

- Data: 2023-05-19
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários (não arredonde valores):

1. Empréstimo de €45.000 a 6 anos com pagamentos no final de cada mês e as seguintes características:
 - Taxa de juro efetiva mensal de 1%;
 - Durante os primeiros três anos os pagamentos são constantes;
 - Nos restantes três anos as parcelas de reembolso são constantes;
 - A primeira e a última parcelas de reembolso são iguais.
 - a) Linha correspondente ao 18.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=18$; $C_{17}=\text{€}34.511,85$; $j_{18}=\text{€}345,12$; $m_{18}=\text{€}673,95$; $P_{18}=\text{€}1.019,07$; $C_{18}=\text{€}33.837,90$]
 - b) Calcule o valor da plena propriedade no final do 60.º mês, considerando uma taxa de avaliação efetiva mensal de 2%. [$\text{€}6.423,43$]
2. Considere um empréstimo a 10 anos e as seguintes características:
 - Taxa de juro efetiva trimestral de 2,5% com vencimento trimestral dos juros;
 - Primeiros 2 anos: carência de capital (pagamento do juro vencido);
 - 3 anos seguintes: Pagamentos no final de cada trimestre com parcelas de reembolso de capital a crescerem trimestralmente 5%;
 - Pagamentos constantes do final do 21.º ao 39.º trimestres;
 - Pagamento no último trimestre (P_{40}) de um valor igual a €4 000;
 - Valor do juro do 4.º trimestre: $J_4=\text{€}750$; Valor do juro do 24.º trimestre: $j_{24}=\text{€}240$.
 - a) Calcule o capital em dívida no final do 3.º ano. [$\text{€}24.703,34$]
 - b) Últimas duas linhas do mapa de serviço de dívida? [$k=39$; $C_{38}=\text{€}4.328,22$; $j_{39}=\text{€}108,21$; $m_{39}=\text{€}425,78$; $P_{39}=\text{€}533,99$; $C_{39}=\text{€}3.902,44$ | $k=40$; $C_{39}=\text{€}3.902,44$; $j_{40}=\text{€}97,56$; $m_{40}=\text{€}3.902,44$; $P_{40}=\text{€}4.000$; $C_{40}=\text{€}0$]
3. Empréstimo com dois recebimentos de igual valor: o 1.º no momento do contrato; o 2.º, passados 2 anos. Para a liquidação contratou-se um serviço de dívida mensal com as seguintes condições:
 - Carência de capital e juros (período de diferimento) nos primeiros 2 anos;
 - Nos 2 anos seguintes é variável, com parcelas de reembolso que crescem mensalmente €2;
 - Nos 2 anos seguintes é variável, com parcelas de reembolso que crescem mensalmente 0,6%;
 - O valor do pagamento do 47.º mês (P_{47}) é de €814; O valor do último pagamento (P_{72}) é de €3 060;
 - A taxa de juro anual nominal com capitalizações trimestrais é de 12%.
 - a) Qual o valor do penúltimo pagamento (P_{71})? [$\text{€}3.071,75$]
 - b) Qual o valor de cada recebimento? [$\text{€}31.217,68$]

- Data: 2024-05-20
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Empréstimo de €80.000 a 6 anos com pagamentos no final de cada mês. A taxa de juro efetiva mensal é de 0,5% com as seguintes condições:
 - Durante os primeiros quatro anos os pagamentos são constantes;
 - Nos restantes dois anos as parcelas de reembolso crescem mensalmente 0,1%;
 - A 1.ª e a última parcela de reembolso são iguais ($m_1=m_{72}$).

a) Linha correspondente ao 13.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=13$; $C_{12}=€67.319,55$; $j_{13}=€336,60$; $m_{13}=€1.091,36$; $P_{13}=€1.427,96$; $C_{13}=€66.228,19$]

b) Valor do pagamento do 60.º mês (P_{60})? [$€1.082,12$]
2. Considere um empréstimo a 10 anos, com um serviço de dívida trimestral, normal e em que:
 - Taxa de juro semestral efetiva de 4,04%;
 - Carência de capital e juros (período de diferimento) nos primeiros 2 anos;
 - Nos 5 anos seguintes os pagamentos crescem trimestralmente 2%;
 - Nos últimos 3 anos as parcelas de reembolso crescem trimestralmente 15€;
 - Sabe-se que o valor em dívida no final do 5.º ano é igual a €60.000;
 - O valor do juro do último trimestre do 8.º ano (j_{32}) foi de €180.

a) Qual o valor do empréstimo? [$€90.839,58$]

b) Para uma taxa de avaliação efetiva anual de 6%, calcule a plena propriedade no final do 38.º trimestre. [$€2.121,53$]
3. Empréstimo no Banco B a uma taxa de juro anual efetiva de 7%, com as seguintes condições:
 - 4 recebimentos trimestrais constantes (o 1.º no momento do contrato);
 - 60 pagamentos mensais (o 1.º efetuado 12 meses após o contrato) com parcelas de reembolso a crescer mensalmente 1%;
 - O valor do pagamento no final do 46.º mês é igual a €780.

a) Qual o valor de cada recebimento? [$€9.378,33$]
4. O Sr. Oliveira obteve um empréstimo a pagar em 60 mensalidade normais com parcelas de reembolso em progressão aritmética de razão igual a €50. Logo após pagar a 12.ª mensalidade ($P_{12}=€1.720,5$) verificou que devia exatamente o mesmo valor que tinha pedido emprestado.

a) Linha correspondente ao 1.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=1$; $C_0=€72.000$; $j_1=€1.440$; $m_1=-€275$; $P_1=€1.165$; $C_1=€72.275$]

- Data: 2022-06-09
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Considere um empréstimo de €70.000, no Banco A, com um prazo de 6 anos e as seguintes características:

- Taxa de juro efetiva anual real (preços constantes) de 3% (primeiros 3 anos) e 2% (nos anos seguintes);
- Os juros são pagos no final do prazo;
- Reembolso do capital em duas parcelas iguais, a 1.ª ao fim de 2 anos e a 2.ª no final do prazo;
- Encargos mensais postecipados e constantes;
- Taxa de custo anual efetiva nominal (preços correntes) de 7%;
- Taxa de inflação anual prevista de 1% primeiros (primeiros 3 anos) e 1,5% (nos anos seguintes);

- a) Valor em dívida (capital e juros) no final do 4.º ano? **[€43.894,79]**
- b) Qual é o valor nominal dos encargos mensais? **[€136,91]**
- c) Sabendo que o Banco B propõe para um empréstimo do mesmo montante e prazo, um serviço de dívida semestral constante, com taxa de juro efetiva nominal anual (preços correntes) de 3% e encargos anuais constantes de gestão do crédito, no montante de €50, qual é a melhor opção de financiamento? **[Banco B]**

2. Aplicação a 7 anos de €40.000 com as seguintes características:

- Taxas de juro efetivas anuais brutas de 3% (nos primeiros 4 anos) e 4% (nos seguintes);
- Vencimento mensal do juro;
- Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%;
- Comissão de gestão bancária constante a pagar no final de cada ano, no valor de €120;
- O Banco oferece um *smartphone* no início do prazo da aplicação;
- A taxa de rentabilidade média anual efetiva líquida (preços correntes) é de 2,6%.

- a) Calcule o valor do imposto retido no final do 6.º ano (a preços correntes). **[€42,15]**
- b) Qual deverá ser a taxa de inflação média anual para que a taxa de juro média anual efetiva líquida real (preços constantes) seja igual a 5%? **[-2,422%]**
- c) Qual o valor do *smartphone*? **[€1.147,54]**

3. O Sr. Pereira pretende obter um financiamento com 60 pagamentos mensais postecipados constantes. Para isso, contactou o Banco X que apresentou duas propostas com idêntica taxa de custo mensal efetiva:

Proposta A	Taxa de juro efetiva mensal nominal (preços correntes): 1%. Não há encargos.
Proposta B	Taxa de juro efetiva mensal nominal (preços correntes): 0,8%. Mensalidade inferior em €10 à apresentada na proposta A. Pagamento de encargos no final do prazo.

- a) Qual o valor entregue no último mês (mensalidade mais encargos) na proposta B? **[€993,05]**

- Data: 2023-06-06
- Licenciatura em Gestão
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: fantunes.ubi.pt

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários (não arredonde valores)

1. Considere uma aplicação de €60.000 com um prazo de 7 anos e as seguintes características:
 - Taxa de juro efetiva bruta anual (preços correntes) de 3%;
 - Vencimento semestral dos juros;
 - Encargos anuais postecipados e constantes;
 - Taxa de rentabilidade efetiva líquida anual nominal (preços correntes) de 1,9%;
 - Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%.
 - a) Valor do imposto retido na fonte no final do 5.º ano? **[€275,33]**
 - b) Qual é o valor nominal dos encargos anuais? **[€163,33]**
2. Um título de dívida (a receber) de valor nominal de €22.600 foi acordado com vencimento a 18 meses. Passados dois meses, o seu detentor (por precisar de dinheiro) procurou no mercado propostas para o desconto antecipado do mesmo, tendo obtido as seguintes:

Banco A	• Operação realizada em desconto por dentro; • Taxa de juro anual efetiva nominal (preços correntes) de 5,8%; • Taxa de custo anual efetiva real (preços constantes) de 6,5%.
Banco B	• Operação realizada em desconto por fora; • Taxa de juro anual contratada de 6%.

- a) Para um valor de encargos igual nos dois Bancos e uma taxa de inflação anual de 2%, qual a taxa de custo anual efetiva real (preços constantes) no Banco B? **[7,181%]**
3. O Sr. Alves pretende contratar um empréstimo de €140.000 com um prazo de 4 anos. Foi-lhe proposto no Banco A um empréstimo com as seguintes características:
 - Período de diferimento de 1,5 anos (carência de capital e juros);
 - Pagamentos mensais normais e constantes (de capital e juros) no prazo restante (a começar no final do 19.º mês);
 - Comissões, de igual valor nominal, pagas no início e no final do prazo;
 - Taxa de custo anual efetiva nominal (preços correntes) de 8,5%;
 - Taxa de custo anual efetiva real (preços constantes) de 6,0%;
 - Taxa de juro anual efetiva real (preços constantes) de 5,5%.
 - a) Valor em dívida (capital e juros, a preços correntes), logo após o pagamento no final do 3.º ano? **[€66.485,03]**
 - b) Qual o valor nominal das comissões? **[€1.050,70]**
4. Para uma aplicação a 5 anos o Sr. Baltazar consultou o Banco C que apresentou as seguintes condições:
 - Taxas de juro efetivas anuais brutas de 3% (nos primeiros 2 anos) e 3,5% (nos seguintes);
 - Vencimento trimestral do juro;
 - Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%;
 - Comissão de abertura de €200, paga na data do contrato;
 - Taxa de inflação média anual de 2%.
 - a) Qual a taxa de juro efetiva média anual líquida real (preços constantes)? **[0,360%]**
 - b) O Sr. Baltazar decidiu fazer a aplicação apenas se a taxa de rentabilidade anual líquida real for positiva. Deve ou não fazer a aplicação? Justifique. **[Sim, desde que o capital investido > €11.016,34]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Empréstimo de €130.000, a 8 anos, nas seguintes condições:

- 1.º Pagamento no final do 4.º mês;
- Serviço de dívida (capital e juros) mensal constante e postecipado;
- Taxas de juro efetivas nominais trimestrais: 3,2% nos primeiros 3 anos e 4,1% nos anos seguintes;
- Comissão de abertura: €120;
- Encargos anuais constantes a pagar no final de cada ano: €?
- Taxa de custo anual efetiva nominal (preços correntes) média: 17,5%;
- Taxa de custo anual efetiva real (preços constantes) média: 14,1%.

- a) Valor anual dos encargos? [**€2.428,80**]
b) Taxa de juro efetiva real trimestral média? [**3,003%**]

2. Aplicação a 6 anos de €70.000 com as seguintes características:

- Vencimento mensal do juro com taxas de juro nominais (preços correntes) efetivas anuais brutas de 3% (nos primeiros 2 anos) e 4% (nos seguintes);
- Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%;
- Comissão de gestão bancária a pagar no final do prazo: €372;
- A taxa de rentabilidade real média anual efetiva líquida (preços constantes) é de 0,8%;
- Taxa de inflação média anual: 2% no primeiro ano, 1% nos três anos seguintes e ??% nos últimos dois anos.

- a) Qual o valor do imposto retido no último mês da aplicação? [**€74,79**]
b) Qual a taxa de inflação média anual nos dois últimos anos? [**€2,714%**]

3. O Sr. Neves pretende contratar um empréstimo de €350.000 com um prazo de 7 anos, tendo reunido a informação abaixo indicada, em dois bancos distintos:

Banco A
▪ Taxa de juro efetiva real anual (preços constantes) de 12%; ▪ Pagamento de uma comissão de abertura. ▪ Período de diferimento (carência de capital e de juro) de 7 meses; ▪ Pagamentos mensais normais e constantes (capital e juros) de €6.800. O primeiro destes a acontecer no final do 8.º mês e o último no final do 83.º mês; ▪ Pagamento no final do 84.º mês de €75.000 (inclui capital, juros e a comissão de encerramento. A parte correspondente ao capital e juros é diferente da que foi paga nos meses anteriores); ▪ O valor da comissão de abertura é igual ao valor da comissão de encerramento.
Banco B
▪ Taxa de custo anual efetiva média de 14,852% (preços correntes).

A taxa anual média de inflação esperada ao longo do empréstimo é de 2%

- a) Caso o Sr. Neves optasse pelo Banco A, qual seria o valor em dívida (capital e juros, a preços correntes), logo após o pagamento no final do 3.º ano? [**€290.492,93**]
b) Qual dos Bancos deve escolher o Sr. Neves? Justifique. [**Banco A**]